2.3 Способи формалізації структурних моделей

Графічне зображення графу є зручним і наочним для людини, але графові моделі переважно використовуються в комп'ютерних алгоритмах. Оскільки комп'ютер оперує з числами, то для комп'ютерної обробки зручнішим є не графічне, а умовне числове подання графу.

Для опису графів використовуються різноманітні матриці та списки.

Найпоширеніші:

– матриця суміжності;
– матриця інциденції;
– списки пар вершин.

Матриця досяжності орграфу – матриця, що містить інформацію про існування шляхів між вершинами орграфу.

Суміжність – поняття, яке використовується стосовно тільки двох *ребер* або двох *вершин*: два ребра, *інцидентні* одній вершині, називаються **суміжними**; дві вершини, *інцидентні* дному ребру, також називаються суміжними.

Інцидентність – поняття, що використовується тільки для ребра і вершини: якщо $v_{1,}v_2$ – вершини, а $e = (v_1, v_2)$ – ребро, що їх з'єднує, тоді вершина v_1 і ребро e інцидентні, вершина v_2 і ребро e також інцидентні.

Дві вершини (або два ребра) інцидентними бути не можуть. Для позначення найближчих вершин (ребер) використовується поняття *суміжності*.

Матриця інциденції є головним, з теоретичної точки зору способом опису графу, оскільки показує зв'язок між вершинами і ребрами і є просто табличною формою подання відповідності $G = (V, E)$, яка, власне, і є графом.

Якщо граф має n вершин і m ребер, то матриця інциденції матиме розмірність ($n \times m$). Якщо ребро графу ненаправлене, відповідний елемент матриці дорівнює 1. Якщо ребро (дуга) виходить з вершини, відповідний елемент матриці дорівнює 1. Якщо ребро (дуга) входить в вершину, відповідний елемент матриці дорівнює -1. Якщо немає ребра, яке пов'язує дві вершини, відповідний елемент матриці дорівнює 0.

Приклад матриці інциденції наведений для графу зображеного на рис. 2.4.

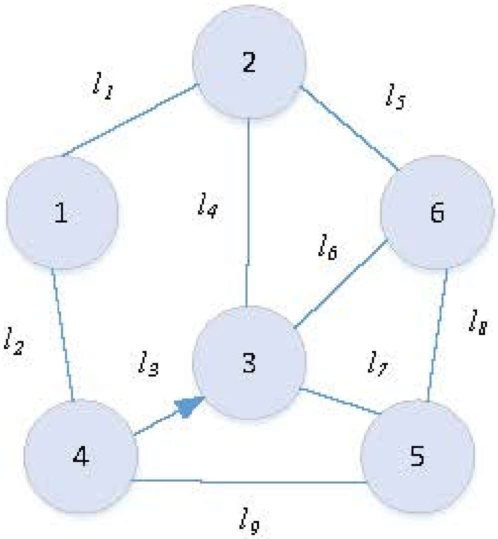

Рисунок 2.4 – Приклад графу

Матриця суміжності для графу, який має n вершин, буде мати розмірність ($n \times n$). Елемент матриці $A[i, j] = 1$, якщо є ребро або дуга з вершини i в вершину j, $A[i, j] = 0$, якщо немає такого ребра.

Якщо $A[i, j] = A[j, i] = 1$, то між вершинами i та j знаходиться ребро. Якщо $A[i, j] \neq A[j, i]$, то між вершинами i та j є дуга.

Матриця суміжності неорієнтованого графу симетрична відносно головної діагоналі. Якщо граф орієнтований (коли хоча б одне ребро графу є дугою), то матриця суміжності буде несиметричною.

Для опису деяких графів використовуються одночасно декілька матриць. Зокрема, для опису мереж (потокових графів) крім матриць інциденції або суміжності використовуються ще дві матриці: матриця пропускних спроможностей і матриця потоків.

M_I=

	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6	l_7	l_8	l_9
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	1	1	0	0	0	0
3	0	0	-1	1	0	1	1	0	0
4	0	1	1	0	0	0	0	0	1
5	0	0	0	0	0	0	1	1	1
6	0	0	0	0	1	1	0	1	0

Матриця суміжності для графу, показаного на рис. 2.4:

$$M_S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{2.2}$$

Список пар вершин. Для кожного ребра записується пара вершин: перша – та, з якої ребро виходить, друга – та, в яку ребро входить. Для графу рис. 2.4

$$l_1 : 1-2;\ l_2 : 1-4;\ l_3 : 4-3;\ l_4 : 2-3;\ l_5 : 2-6;\ l_6 : 3-6;\ l_7 : 3-5;\ l_8 : 5-6;$$
$$l_9 : 4-5$$

Для опису зважених графів використовуються *матриці ваг*. Особливістю застосування матриці ваг є неоднозначний запис ваги відсутніх ребер. Якщо, наприклад, матриця ваг використовується для пошуку найкоротшого шляху в графі, то відсутнім ребрам приписується нескінченна вага, а якщо найдовшого – то нульова.