

4 ІНФОРМАЦІЙНІ МОДЕЛІ

Інформаційна техніка є порівняно новою галуззю, що отримала найбільший розвиток на етапі розробки і застосування засобів зв'язку, електронних обчислювальних машин (ЕОМ) і автоматизованих систем керування (АСУ).

Розвиток інформаційної техніки і технологій в останні роки привів до справжньої суспільної революції, зробивши інформацію доступною і потужною виробничою силою.

Моделі, що описують процеси у інформаційній техніці та інших споріднених сферах називають інформаційними.

4.1 Основні поняття теорії інформації

Є безліч означень поняття інформації від найбільш загального філософського (інформація є відображення реального світу) до найбільш вузького – практичного (інформацією є всі відомості, які є об'єктом збереження, передачі і перетворення).

Під *інформацією (information)* слід розуміти не самі предмети та процеси, а їхні характеристики чи відображення у вигляді чисел, формул, описів, креслень, символів, образів і інших абстрактних об'єктів.

Інформацію можна розрізняти за структурно–метричними властивостями.

До *параметричної інформації* належать набори числових оцінок значень параметрів, результати кількісних визначень при дослідженні, аналізі, контролі й обліку.

До *топологічної інформації* – геометричні образи, карти місцевості, плоскі зображення й об'ємні об'єкти.

Абстрактну інформацію застосовують у дослідженнях на високому теоретичному рівні, коли потрібні узагальнення і символізація.

Найважливішим питанням теорії інформації є встановлення *міри кількості інформації*. Інформаційні міри відповідають трьом основним напрямкам у теорії інформації: структурному, статистичному і семантичному.

Структурна теорія розглядає дискретну будову масивів інформації і їх вимірювання простим підрахунком інформаційних елементів (квантів) комбінаторним методом, що припускає найпростіше кодування масивів інформації. Структурна теорія застосовується для оцінювання можливостей апаратури інформаційних систем (каналів зв'язку, запам'ятовувальних і реєструвальних пристроїв) поза залежністю від умов їх застосування.

Семантична теорія враховує доцільність, цінність, корисність чи істотність інформації. Семантична теорія застосовується для оцінювання ефективності логічного висновку.

Статистична теорія оперує поняттям ентропії як міри невизначеності, що враховує імовірність появи, а отже, і інформативність тих чи інших повідомлень. Статистична теорія оцінює інформаційні системи у конкретних застосуваннях, наприклад, при передаванні по системі зв'язку інформації з певними статистичними характеристиками.

Первинним і неподільним елементом інформації є елементарна двійкова подія – вибір з твердження чи заперечення, істини чи неправди, згоди чи незгоди, наявності чи відсутності якогось явища. Двійковість події дозволяє подавати її умовно в геометричній символіці крапкою і пропуском, в арифметичній символіці – одиницею і нулем, у сигнальній символіці – імпульсом і паузою.

Інші категорії інформації можуть бути подані як сукупності різних подій.

Величина. Величина X є впорядкована в одному вимірі (за шкалою значень) множина подій, причому кожна з них відповідає прийняттю величиною одного певного значення. Величина може бути або дискретною, або неперервною; у першому випадку множина подій зліченна, у другому – незліченна

Функція. Функція $X(T)$, $X(N)$ чи $X_2(X_1)$ є співвідношенням між двома величинами: величиною і часом, простором чи іншою величиною. У цьому розумінні функцію можна трактувати як двовимірне поле подій.

Комплекс. Повний комплекс інформації $X(T, N)$ є відповідність між величиною, з одного боку, і часом з іншого. Таким чином, повний комплекс інформації є тривимірним полем подій.

Як інформаційні характеристики систем можуть використовуватися:

1. Кількість інформації;
2. Середня кількість інформації;
3. Продуктивність джерела інформації;
4. Інформаційна пропускна спроможність каналу;
5. Надлишковість джерела інформації;
6. Ентропійна похибка;
7. Ентропія похибки контролю.

Найпоширенішими є *статистичні міри* кількості інформації.

Кількість інформації, що міститься у вихідній величині інформаційної системи при відомій вхідній, визначається виразом

$$I_{Y,X} = H_X - H_{X|Y} = H_Y - H_{Y|X}, \quad (4.1)$$

де H_X , H_Y – *апостеріорні ентропії* відповідно вхідних та вихідних величин; $H_{X|Y}$, $H_{Y|X}$ – *априорні ентропії* відповідно вхідної величини при заданій вихідній і навпаки.

У випадку дискретної величини *середня кількість інформації* дорівнює

$$I_{Y,X} = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n P_{ij} \log_2 \frac{P_{ij}}{P_j P_i}, \quad (4.2)$$

де n – кількість значень величини; P_i – імовірність того, що вхідна величина X

прийняла i -те значення; P_j – імовірність того, що одержано j -те значення вихідної величини Y ; P_{ij} – сумісна імовірність настання двох подій, яка полягає в тому, що одержали j -те значення вихідної величини Y , а вхідна величина X має i -те значення.

У випадку неперервної величини

$$I_{Y,X} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{X,Y}(x,y) \log_2 \frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_X(x)f_Y(y)} dx dy, \quad (4.3)$$

де $f_X(x)$ – щільність розподілу вхідної величини; $f_Y(y)$ – щільність розподілу вихідної величини; $f_{X,Y}(x,y)$ – щільність спільного розподілу значень вихідної величини Y та вхідної величини X .

Загальна інформація, яка отримана на відрізку часу T при n_T значеннях величини X у моменти часу t_i , для яких значення X не корельовані, а процес стаціонарний

$$I_{Y,X}(T) = \sum_{i=1}^{n_T} I_{Y,X}(t_i) = n_T I_{Y,X}. \quad (4.4)$$

Похідна

$$B = \frac{dI_{Y,X}(t)}{dt} = \frac{I_{Y,X}(T)}{T},$$

яка характеризує швидкість отримання інформації, називається, залежно від типу інформаційної системи, *продуктивністю джерела інформації* у вимірювальній техніці, швидкістю передавання інформації у техніці зв'язку тощо.

Інформаційною пропускнуою спроможністю каналу називається максимально можлива швидкість передавання інформації

$$C_n = \frac{[I_{Y,X}(T)]_{\max}}{T}. \quad (4.5)$$

Надлишковість джерела інформації виникає через відхилення закону розподілу від закону, який визначає найбільшу апіорну ентропію (таким законом при необмеженому значенні середнього квадратичного відхилення величини (σ_X) є нормальний, а при обмеженому – рівномірний), та через наявність кореляції між значеннями в окремі моменти. Надлишковість визначається за формулою

$$\gamma = \frac{[I_{Y,X}(T)]_{\max} - I_{Y,X}(T)}{[I_{Y,X}(T)]_{\max}} = 1 - \frac{B}{C_n}. \quad (4.6)$$

Ентропійна похибка (Δ_{eX}) використовується для оцінювання ефективності вимірювальних каналів і відповідає значенню похибки з рівномірним законом розподілу, яка вносить таку ж дезінформаційну дію, що й похибка з даним законом розподілу.

$$\Delta_{eX} = \pm \frac{1}{2} e^{H_{X/Y}} = K_e \sigma_{\Delta_X}, \quad (4.7)$$

де $H_{X/Y}$ – диференціальна ентропія похибки з даним законом розподілу; K_e – ентропійний коефіцієнт; σ_{Δ_X} – середньоквадратична похибка з даним законом розподілу.

Ентропія помилки контролю визначається співвідношенням

$$H_{X/Y} = -[P_{zn} \log P_{zn} + (1 - P_{zn}) \log(1 - P_{zn})], \quad (4.8)$$

де P_{zn} – загальна безумовна ймовірність помилкового судження про стан контрольованого параметра:

$$P_{zn} = P_\alpha P_1 + P_\beta P_2, \quad (4.9)$$

де P_1, P_2 – апіорні ймовірності знаходження контрольованого параметра відповідно в зоні допуску та зовні ($P_1 + P_2 = 1$); P_α, P_β – помилки відповідно першого та другого роду, які визначаються так:

– ймовірність пропуску виходу за зону допуску

$$P_\alpha = \int_{-\infty}^{x_{\min}} f_X(x) \int_{-x+x_{\min}}^{x_{\max}-x} f_{\Delta_X}(\Delta_X) d\Delta_X dx + \int_{x_{\max}}^{+\infty} f_X(x) \int_{-x+x_{\min}}^{x_{\max}-x} f_{\Delta_X}(\Delta_X) d\Delta_X dx; \quad (4.10)$$

– ймовірність “хибної тривоги”

$$P_\beta = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f_X(x) \left[\int_{-\infty}^{x-x_{\min}} f_{\Delta_X}(\Delta_X) d\Delta_X + \int_{x_{\max}-x}^{+\infty} f_{\Delta_X}(\Delta_X) d\Delta_X \right] dx, \quad (4.11)$$

де x_{\max} і x_{\min} – границі допуску на контрольований параметр; $f_X(x)$ і $f_{\Delta_X}(\Delta_X)$ – закони розподілу ймовірностей контрольованого параметра X та похибки контролю Δ_X .

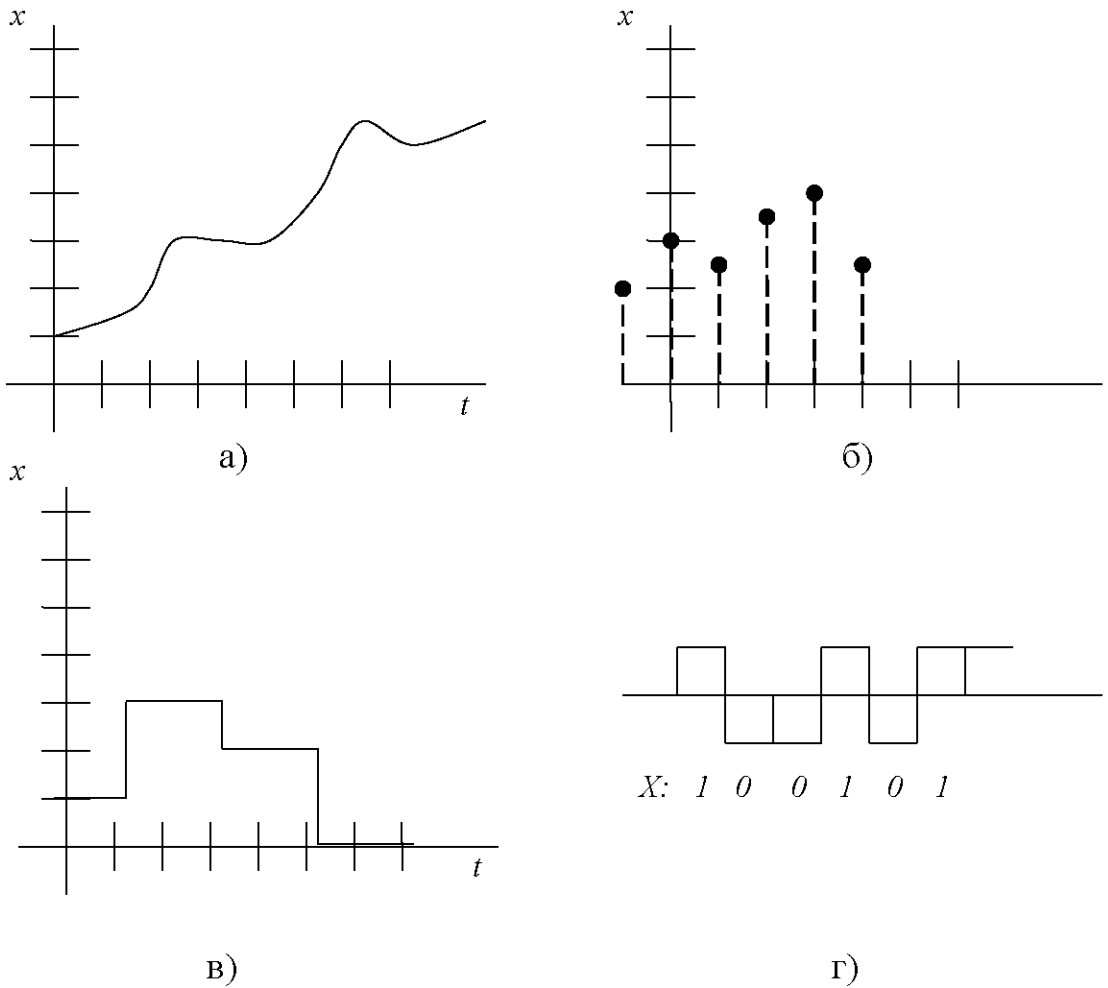
У документографічних системах під інформацією розуміються відомості, що містяться в різноманітних документах фіксованої форми. Відповідно одиницею вимірювання інформації є документ, показник і реквізит. Інформація підрозділяється на первинну (вхідну), проміжну і підсумкову (вихідну).

Сама по собі *інформація* може бути віднесена до сфери абстрактних категорій, подібних, наприклад, до математичних формул. Однак проявляється вона завжди в матеріально–енергетичній формі за допомогою певних носіїв.

Сигнал – це фізичний процес, характеристики якого несуть інформацію про стан системи та впливові величини. Характеристики сигналу, які несуть відповідну інформацію, називають *інформативними параметрами*. Вибір інформативного параметра залежить від типу сигналу. Використовують сигнали:

– електричні, оптичні, магнітні, механічні, теплові;

– аналогові (неперервні), дискретні, квантовані, цифрові, як показано на рис. 4.1; з використанням синусоїдального, імпульсного або іншого базису.



Теорія сигналів є однією з найфундаментальніших теорій сучасної прикладної науки. Вона зародилася відповідно до потреб техніки зв'язку і стала джерелом створення сучасної теорії інформації, теорії випадкових процесів, теорії прийняття рішень та інших фундаментальних і прикладних напрямків науки.

Процес надання інформативному параметру значення, яке повинен містити сигнал, називають *модуляцією*. Відповідно використовують *амплітудну, частотну і фазову* модуляцію синусоїдальних сигналів, *амплітудну, частотну і різні види широтної модуляції імпульсних сигналів* тощо.

Якщо інформативний сигнал є носієм інформації про процес $x(t)$, то моделі

сигналу при модуляції синусоїдального носія $A_0 \sin(\omega_0 t)$ матимуть вигляд:

- амплітудна модуляція

$$y(t) = [A_0 + x(t)] \cdot \sin(\omega_0 t); \quad (4.12)$$

- частотна модуляція

$$y(t) = A_0 \sin\{[\omega_0 + x(t)] \cdot t\}; \quad (4.13)$$

- фазова модуляція

$$y(t) = A_0 \sin[\omega_0 t + x(t)]. \quad (4.14)$$

Основи теорії сигналів складають моделі перетворення сигналів у процесі модуляції, передавання, обробки та демодуляції. Найчастіше в теорії сигналів використовується *спектральне подання сигналів*.

Основою для інформаційної теорії сигналів є ряд фундаментальних теорем:

1. *Теорема Котельникова–Шеннона* про максимальний інтервал дискретизації детермінованих сигналів, необхідний для їх точного відновлення

$T_{\max} = \frac{1}{2f_0}$, де f_0 – верхня гранична частота спектра сигналу;

2. *Теорема Железнова* про максимальний інтервал дискретизації випадкових сигналів, необхідний для їх відновлення з необхідною точністю $T = \tau$, де τ – інтервал кореляції процесу;

3. *Теорема Шеннона* про максимальну швидкість передавання інформації в умовах завад $c = f_0 \log\left(1 + \frac{P_c}{P_s}\right)$, де P_c – потужність сигналу, P_s – потужність завади.

Співвідношення, доведені у цих теоремах, повинні задовольняти інформаційні моделі будь-яких систем.