

11.3 Моделювання в середовищах математичних пакетів

Одним з напрямків застосування програмного забезпечення є автоматизація дослідження й проектування систем. Це й не дивно, адже, розробляючи такі системи, фахівці з комп'ютерних наук намагалися в першу чергу розв'язати свої проблеми, полегшити свою працю. В результаті з'явилися дуже потужні математичні пакети та середовища (*MathCad, MatLab, Mathematica, Maple, Derive, VisSim, Genius, ANSYS* та інші), що суттєво спрощують моделювання. Сучасні математичні пакети можна використовувати і як звичайний калькулятор, і як засоби для спрощення виразів при розв'язанні будь-яких математичних задач, і як генератори графіки або навіть звука. Стандартними стали також засоби взаємодії з Internet шляхом генерації HTML-сторінок прямо в процесі обчислень.

Звичайно, кваліфікований користувач, який в достатній мірі володіє однією з мов програмування (C++, Java, Pascal, Fortran, Prolog та іншими), може самостійно створити окрему програму або комплекс програм, що дозволить реалізувати на ПК алгоритм його задачі. Проте такий підхід потребує, як правило, великих витрат праці на програмування, відлагодження та тестування кожної програми. Тому для скорочення часу програмування було створено згадані прикладні програмні пакети, сфери використання яких у значній мірі перекриваються. Для найбільш ефективного використання обчислювальної техніки необхідно правильно вибрати найкращий пакет програм на ранній стадії розв'язання прикладної задачі. Адже реальна мета полягає у вирішенні певної проблеми, а обчислення – всього лише проміжний етап на шляху до цього.

При дослідженні систем автоматики, стохастичних процесів, систем прийняття рішень та інших однією з найбільш ефективних є програмна система **Matlab** з широким класом предметно-орієнтованих бібліотек (toolbox) та інструментом візуального імітаційного моделювання Simulink (див. п.10.3). У системі MatLab також існують широкі можливості для програмування. Її бібліотека *CMath* (компілятор MatLab) є об'єктною і містить понад 300 процедур обробки даних мовою C. У середині пакета можна використовувати як процедури самої MatLab, так і стандартні процедури мови C, що робить цей інструмент наймогутнішою підмогою при розробці додатків (використовуючи компілятор C Math, можна вбудовувати будь-які процедури MatLab у готові додатки).

Для візуального моделювання та моделювання спільно з реальною апаратурою більш зручним є програмний пакет VisSim.

Аналітичні перетворення дозволяють виконувати більшість математичних програмних продуктів MathCad, Mathematica, Maple. З цих трьох поширених математичних пакетів найпотужнішим є Maple. Ядро символічних обчислень Maple входить до складу цілого ряду систем комп'ютерної математики – від систем для широкого кола користувачів типу MathCad – до однієї із кращих систем для чисельних розрахунків і моделювання MatLab.

11.3.1 Середовище MathCAD

На відміну від потужного та орієнтованого на високоефективні обчислення при аналізі даних пакета MatLab, програма **MathCad** – це, скоріше, редактор математичних текстів із широкими можливостями символічних обчислень і прекрасним інтерфейсом. Інтерфейс програми MathCad дуже простий, а можливості візуалізації широкі. Всі обчислення тут здійснюються на рівні візуального запису виразів у загальнозвуженій математичній формі. Пакет має гарні підказки, докладну документацію, цілий ряд додаткових модулів та вбудованих функцій. Однак стосовно математичних можливостей MathCad поступається системам Maple, Mathematica, MatLab. Не зважаючи на це, з програми MathCad випущено багато книжок і навчальних курсів. Сьогодні ця система стала буквально міжнародним стандартом для технічних обчислень. Розробники Mathcad зробили все можливе, щоб користувач, який не має спеціальних знань з програмування, міг реалізувати велику кількість обчислювальних методів та досягти значного результату в області математичних розрахунків. У цієї системи є й ефективні засоби типової *наукової графіки*. Системи MathCAD орієнтовані на масового користувача.

До засобів нових версій MathCAD відносяться налаштування під будь-який відомий тип друкувального пристрою, багатий набір шрифтів, можливість використання всіх інструментів Windows, графіку і сучасний багатовіконний інтерфейс, також є ефективні засоби кольорового оформлення документів, створення анімаційних (рухливих) графіків і звукового супроводу. Текстовий, формульний і графічний редактори об'єднані з обчислювальними можливостями. Передбачено і можливість об'єднання з іншими математичними і графічними системами для розв'язання особливо складних задач. Звідси і назва таких систем – інтегровані системи.

Передбачено імпорт будь-яких графічних зображень – від простих і спеціальних графіків функцій до багатоколірних репродукцій художніх творів. Уведено засоби анімації малюнків і програвання відеофайлів зі звуковим стереофонічним супроводом.

Усі версії MathCAD під Windows дозволяють працювати як з латинськими літерами, так і з кирилицею, грецьким алфавітом і взагалі з будь-якими символами, доступними Windows. Останні версії системи MathCAD дають нові засоби для підготовки складних документів. У них передбачено різноманітний виклик одних документів з інших, можливість закриття окремих частин документів, гіпертекстові і гіпермедіа-переходи, об'єктно-орієнтоване програмування складних задач, при якому програма складається автоматично за завданням користувача, а саме завдання формулюється природною математичною мовою спілкування із системою.

Інтерфейс користувача системи створений так, що користувач, який має елементарні навички роботи з Windows-додатками, може відразу почати роботу з MathCAD.

Основну частину екрана займає вікно редагування (рис. 11.11). Вгорі вікна розташовані рядки з типовими елементами інтерфейсу. Верхній рядок – титульний. Другий рядок вікна системи – головне меню. Основні функції головного меню дублюються кнопками швидкого керування. Панелі з ними знаходяться під рядком головного меню. Їх можна виводити на екран чи забирати з нього за допомогою відповідних опцій позиції View (Вигляд) головного меню Windows.

Звичайно є також дві панелі: панель інструментів (яка дублює ряд найбільш розповсюджених команд і операцій) і панель форматування для вибору типу і розміру шрифтів і способу вирівнювання текстових коментарів (ці панелі видно на рис. 11.12).

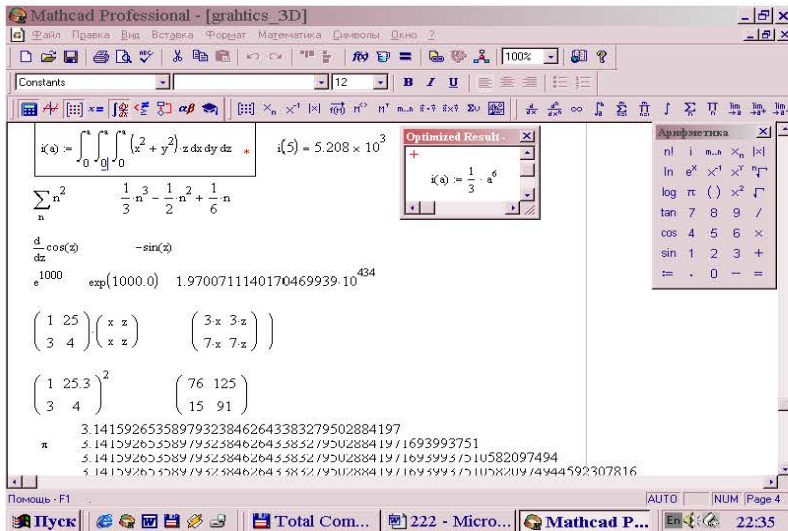


Рисунок 11.11 – Робочий екран системи MathCAD

У нових версіях використовуються більш зручні переміщувані *складальні панелі* (в оригіналі *Palletes* – палітри) з такими елементами, що показані на рис. 11.12. За їх допомогою можна вводити в документи практично усі відомі математичні символи й оператори. Застосування панелей для вибору шаблонів математичних знаків дуже зручне, оскільки не треба запам'ятовувати різноманітні поєднання клавіш, що використовуються для введення спеціальних математичних символів.

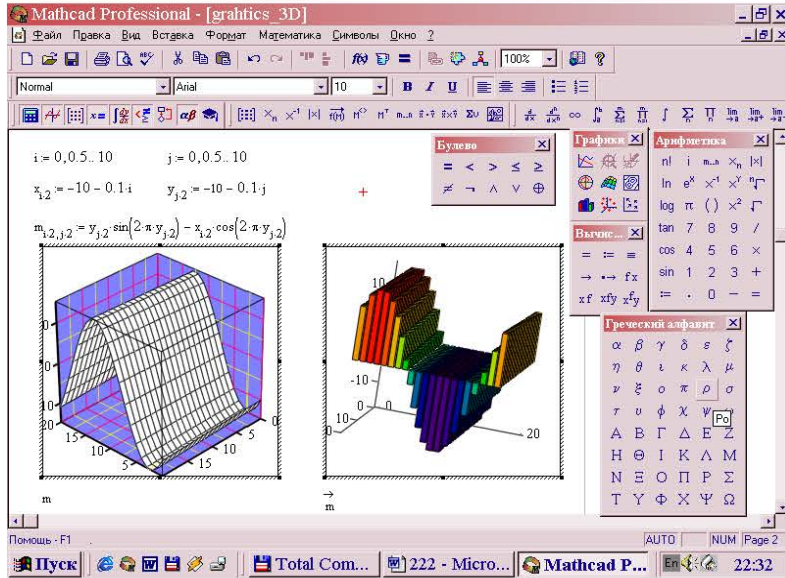


Рисунок 11.12 – Панелі MathCAD

Система MathCAD надає великі можливості для моделювання систем керування. Так наприклад, вона дозволяє здійснювати пряме та обернене *перетворення Лапласа* у символному вигляді. Це відкриває великі можливості моделювання *перехідних процесів* у системах. Послідовність моделювання перехідного процесу (рис. 11.13):

- задаємо передатну функцію;
- в передатній функції виділяємо змінну i в меню Symbolics→Transform обираємо обернене перетворення за Лапласом. В результаті отримуємо імпульсну перехідну функцію;
- отриманий вираз інтегруємо і отримуємо перехідну функцію;
- за допомогою панелі інструментів будуємо перехідну характеристику на основі перехідної функції.

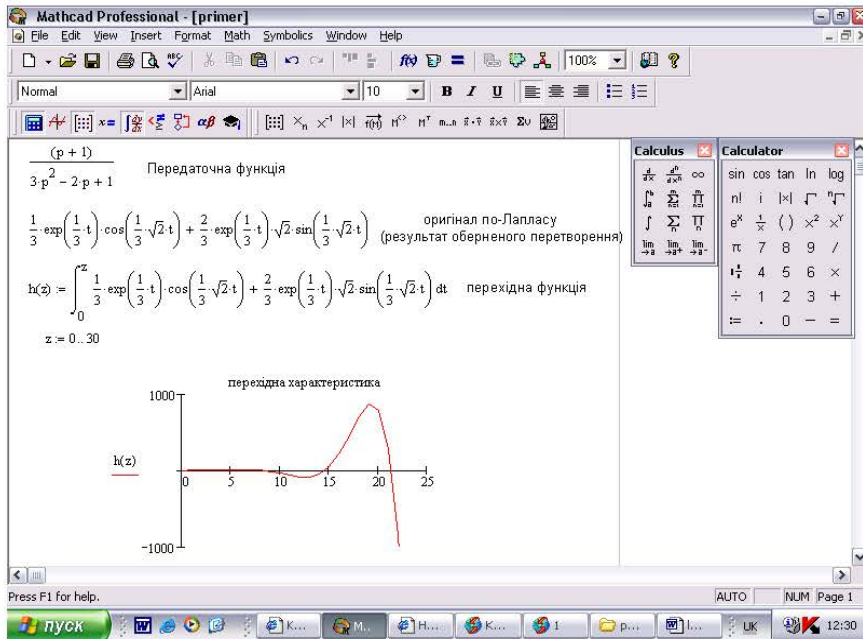


Рисунок 11.13 – Приклад розрахунку перехідної характеристики

11.3.2 Середовище MatLab

MatLab містить обчислення, візуалізацію і програмування в зручному середовищі, де задачі і розв'язки виражаються у формі, близькій до математичної. Типові використання MatLab:

- математичні обчислення;
- створення алгоритмів;
- моделювання;
- аналіз даних, дослідження і візуалізація;
- наукова й інженерна графіка;
- розробка застосувань, включаючи створення графічного інтерфейсу.

MatLab – інтерактивна система, в якій основним елементом даних є масив. Це дозволяє розв'язувати різні задачі, пов'язані з технічними обчисленнями, особливо ті, в яких використовуються матриці і вектори, у кілька разів швидше, ніж при написанні програм з використанням таких «скалярних» мов програмування, як С.

У MatLab важлива роль приділяється спеціалізованим групам програм, які називаються *toolboxes*. Вони дозволяють застосовувати спеціалізовані методи. *Toolboxes* – це колекції функцій MatLab (М-файлів), що дозволяють розв'язувати окремі класи задач. *Toolboxes* застосовуються для обробки сигналів, моделювання систем контролю, нейронних мереж, нечіткої логіки тощо.

Система MatLab складається з п'яти основних частин.

1. *Мова MatLab*. Це мова матриць і масивів високого рівня з керуванням потоками, функціями, структурами даних, введенням-виведенням.

2. *Середовище MatLab*. Це набір інструментів і пристосувань, з якими працює користувач чи програміст MatLab. Воно містить у собі засоби для керування змінними в робочому просторі MatLab, введення і виведення даних, а також для створення, контролю і налагодження М-файлів і застосувань MatLab.

3. *Керована графіка*. Це графічна система MatLab, що містить у собі команди високого рівня для візуалізації дво- і тривимірних даних, обробки зображень, анімації й ілюстративної графіки. Вона також містить у собі команди низького рівня, що дозволяють редагувати зовнішній вигляд графіки.

4. *Бібліотека математичних функцій*. Це велика колекція обчислювальних алгоритмів від таких елементарних функцій, як сума, синус, косинус, комплексна арифметика, до більш складних, таких як обернення матриць, знаходження власних значень, функції Бесселя, швидке перетворення Фур'є тощо.

5. *Програмний інтерфейс*. Це бібліотека, що дозволяє писати програми на Сі, які взаємодіють з MatLab. Вона містить засоби для виклику програм з MatLab (динамічний зв'язок), використовуючи MatLab як обчислювальний інструмент, і для читання-запису М-файлів.

Simulink – це інтерактивна система для моделювання нелінійних динамічних систем, що супроводжує MatLab. Вона являє собою графічне середовище, що дозволяє створювати модель процесу шляхом перетаскування блоків і діаграм на екрані і маніпуляції ними. Simulink працює з лінійними, нелінійними, неперервними, дискретними, багатовимірними системами.

Blocksets – це доповнення до Simulink, що забезпечують бібліотеки блоків для таких спеціалізованих застосувань, як зв'язок, обробка сигналів, енергетичні системи.

Real-Time Workshop – це програма, що дозволяє генерувати С-код з блоків діаграм і запускати його на виконання на різних системах реального часу.

Операційне середовище системи MatLab – це інтерфейс, що підтримує зв'язок цієї системи із зовнішнім світом – діалог з користувачем через командний рядок чи графічний інтерфейс, перегляд робочої області і шляхів доступу, редактор і відлагоджувальник М-файлів, робота з файлами й оболонкою DOS, експорт і імпорт даних, інтерактивний доступ до довідкової інформації, динамічна взаємодія із зовнішніми системами Microsoft Word, Excel Microsoft Word, Excel тощо. Реалізуються інтерфейси через командне вікно, інструментальну панель, системи перегляду робочої області і шляхів доступу, редактор М-файлів, спеціальні меню і т. д.

Командне вікно системи MatLab показане на рис. 11.14. Тут же показане низхідне меню File.



Рисунок 11.14 – Вікно команд MatLab

Інструментальна панель командного вікна системи MatLab дозволяє забезпечити простий доступ до операцій над M-файлами.

Редактор M-файлів M-file Editor/Debugger може бути викликаний з командного рядка командою «edit» чи «edit <ім'я M-файла>».

Робоча область системи MatLab – це область пам'яті, в якій розміщені змінні системи. Вміст цієї області можна переглянути з командного рядка за допомогою команд «who» і «whos». Команда «who» виводить тільки імена змінних, а команда «whos» – інформацію про розміри масивів і тип змінної.

Спеціальний засіб перегляду Workspace Browser забезпечує зображення команди «whos» у вигляді графічного інтерфейсу. Для того, щоб відкрити Workspace Browser треба або вибрати опцію Show Workspace з меню File menu, або скористатися кнопкою Workspace Browser інструментальної панелі. У результаті цих операцій на екран буде виведене вікно (рис. 11.15).

Існує багато способів одержання інформації про функції системи MatLab у процесі роботи:

- команда help;
- команда lookfor;
- меню Help;
- перегляд і виведення на друк сторінок документації;
- звертання до Web-сервера фірми The MathWorks.

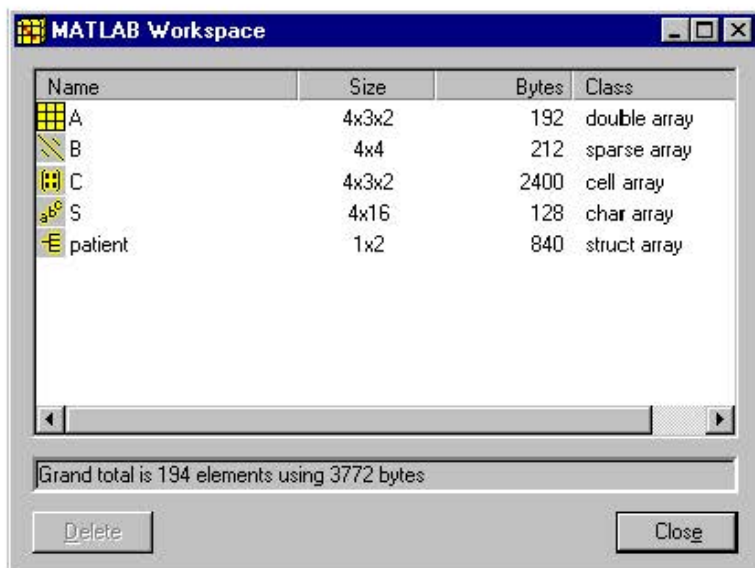


Рисунок 11.15 – Вікно перегляду структур даних. У прикладі: A – тривимірний масив чисел подвійної точності; B – масив розрідженої структури; C – масив комірок; S – масив символів; patient – масив записів

Для візуалізації моделювання система MatLab має бібліотеку Image Processing Toolbox, що забезпечує широкий спектр функцій, які підтримують візуалізацію проведених обчислень безпосередньо із середовища MatLab, збільшення та аналіз, а також можливість побудови алгоритмів обробки зображень. Систему MatLab можна використовувати для обробки зображень, сконструювавши власні алгоритми, які будуть працювати з масивами графіки як з матрицями даних. Оскільки мова MatLab оптимізована для роботи з матрицями, в результаті забезпечується простота використання, висока швидкість і економічність проведення операцій над зображеннями.

Серед інших бібліотек системи MatLab можна також відзначити System Identification Toolbox – набір інструментів для створення математичних моделей динамічних систем, заснованих на спостережуваних вхідних/вихідних даних. Особливістю цього інструменту є наявність гнучкого користувацького інтерфейсу, що дозволяє організувати дані й моделі. Бібліотека System Identification Toolbox підтримує як параметричні, так і непараметричні методи. Інтерфейс системи полегшує попередню обробку даних, роботу з ітеративним процесом створення моделей для одержання оцінок і виділення найбільш значимих даних. Що стосується математичних обчислень, то MatLab надає доступ до величезної кількості підпрограм, що містяться в бібліотеці NAG Foundation Library компанії Numerical Algorithms Group Ltd (інструмент має сотні функцій з різних розділів математики, і багато з цих програм було розроблено широковідомими у світі фахівцями). Це унікальна колекція реалізацій сучасних чисель-

них методів комп'ютерної математики, створених за останні три десятиріччя. Лише додану до системи велику кількість документації цілком можна розглядати як фундаментальний багатотомний електронний довідник з математичного забезпечення. Сьогодні система MatLab широко використовується в техніці, науці та освіті, але все-таки вона більше підходить для аналізу даних і організації обчислень, ніж для чисто математичних викладок.

11.3.3 Інші математичні пакети

SCILAB – програма (пакет програм) для вирішення завдань чисельних і технічних обчислень, що є аналогом частини пакета MatLab і має схожу з ним мову програмування (в складі є утиліта, яка дозволяє конвертувати документи Matlab → Scilab).

Програма доступна для різних операційних систем, також Microsoft Windows і Linux. Є можливість розширення програми зовнішніми програмами і модулями, написаними на різних мовах програмування.

Scilab дозволяє працювати з елементарними функціями і великою кількістю спеціальних функцій (Бесселя, Неймана, інтегральними функціями), має потужні засоби роботи з матрицями, поліномами (у тому числі і символічні), проводити чисельні обчислення (наприклад чисельна інтеграція) і розв'язання завдань лінійної алгебри, оптимізації і моделювання, обчислювати статистичні функції, а також використовується як засіб для побудови і роботи з графіками. Робочий екран системи Scilab показано на рис. 11.16.

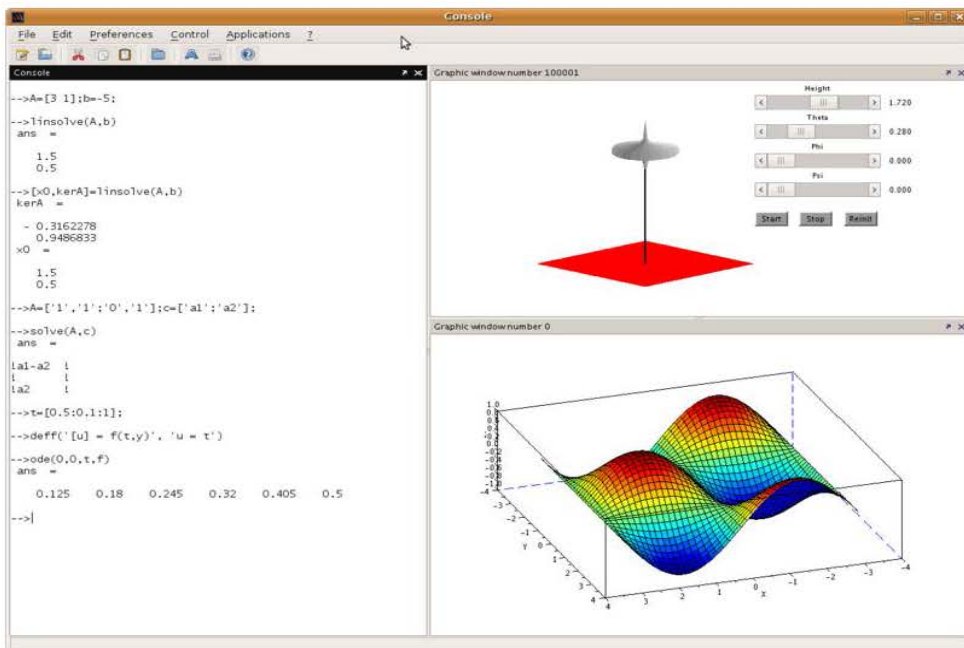


Рисунок 11.16 – Робочий екран системи Scilab

До складу пакету також входить Scicos – інструмент для редагування блокових діаграм і моделювання (аналог *simulink* в пакеті *MatLab*). Є можливість спільної роботи *Scilab* з програмою *LabVIEW*.

Maple – програмний пакет, система комп'ютерної алгебри. Створено в компанії *Waterloo Maple Inc.*, яка заснована в 1984 році, як і ряд програмних продуктів, орієнтованих на складні математичні обчислення, візуалізацію даних та моделювання. Пакет *Maple* складається з ядра (процедур, написаних мовою *C* і добре оптимізованих), бібліотеки, написаної на *Maple*-мові, і розвиненого зовнішнього інтерфейсу. Ядро виконує більшість базових операцій, а бібліотека містить безліч команд – процедур, що виконуються в режимі інтерпретації.

Інтерфейс *Maple* заснований на концепції робочого поля (*worksheet*) або документа, що містить рядки введення-виведення, текст, а також графіки. Робочий екран системи *Maple* показано на рис. 11.17. Робота з пакетом відбувається в режимі інтерпретатора. У рядку введення користувач задає команду, натискає клавішу *Enter* і отримує результат – рядок (або рядки) виведення або повідомлення про помилково введену команду. Робочі вікна (листи) системи *Maple* можуть бути використані не тільки як інтерактивні середовища для вирішення завдань, але і як система для підготовки технічних документів. Для полегшення документування та організації результатів обчислень в системі є опції розбиття на параграфи і розділи, а також додавання гіперпосилань.

Maple можна використовувати як дуже потужний калькулятор для підрахунків за заданими формулами і як розвинуту систему для різного роду обчислень. Перевага *Maple* – це здатність виконувати арифметичні дії в символічному вигляді. Програму можна використовувати для вирішення завдань диференціального й інтегрального числення, обчислення меж, розкладів в ряди, підсумовування рядів, множення, для інтегральних перетворень (таких як перетворення Лапласа, *Z*-перетворення, перетворення Мелліна або Фур'є), а також для дослідження неперервних або кусково-неперервних функцій. В *Maple* наявні також пакети підпрограм для вирішення завдань евклідової та аналітичної геометрії, теорії чисел, теорії ймовірностей і математичної статистики, комбінаторики, теорії груп, чисельної апроксимації і лінійної оптимізації (симплекс-метод), а також завдань фінансової математики та багатьох інших. Для технічних застосувань в *Maple* є довідники фізичних констант і одиниць фізичних величин з автоматичним перерахунком формул.

Система *Maple* підтримує як двовимірну, так і тривимірну графіку. Можна подати явні, неявні і параметричні функції, а також багатовимірні функції і просто набори даних в графічному вигляді, двовимірні графіки відразу декількох функцій, створювати графіки конформних перетворень функцій з комплексними числами і будувати графіки функцій в логарифмічній, подвійній логарифмічній, параметричній, фазовій, полярній і контурній формі. Можна графічно подавати нерівності, неявно задані функції, розв'язки диференціальних рівнянь. *Maple*

може будувати поверхні і криві в тривимірному поданні, включаючи поверхні, задані явною і параметричною функціями, а також рішеннями диференціальних рівнянь. При цьому є можливість подання у вигляді дво- або тривимірної анімації.

Приклад робочого екрану Maple подано на рис. 11.17.

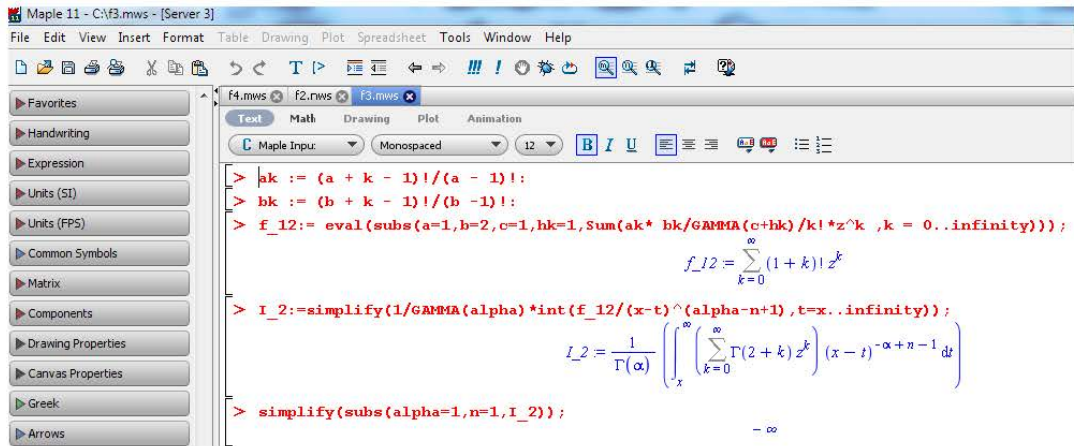


Рисунок 11.17 – Робочий екран системи Maple.

При програмуванні система Maple використовує процедурну мову 4-го покоління (4GL). Ця мова спеціально призначено для швидкої розробки математичних підпрограм і додатків користувача. Синтаксис цієї мови аналогічний синтаксису універсальних мов високого рівня: C, Fortran, Basic і Pascal. Maple може генерувати код, сумісний з такими мовами програмування, як Fortran, C, і з мовою набору тексту LaTeX. Одна з переваг цієї властивості – здатність забезпечувати доступ до спеціалізованих числових програм, максимально пришвидшуючи вирішення складних завдань. Наприклад, використовуючи систему Maple, можна розробити певну математичну модель, а потім з її допомогою згенерувати код мовою C, відповідний цій моделі.

Таким чином, переваги Maple – це символічні обчислення, що дає більшу точність, можливість доступу до спеціалізованих числових програм, величезну кількість спеціальних функцій та чисел, вбудованих пакетів, що дозволяє робити обчислення будь-якої складності і спрямованості.

Mathematica – система комп'ютерної алгебри компанії Wolfram Research. Містить функції як для аналітичних перетворень, так і для чисельних розрахунків. Крім того, програма підтримує роботу з графікою і звуком, також побудову дво- і тривимірних графіків функцій, рисування довільних геометричних фігур, імпорт і експорт зображень і звуку.

Система Mathematica складається з ядра (обчислювальний механізм) і зовнішньої оболонки (візуальний інтерфейс), які взаємодіють через протокол MathLink. Робочий екран системи Mathematica показано на рис. 11.18. Для роз-

ширення набору функцій служать бібліотека (Library) і набір пакетів розширення (Add-on Packages). Пакети розширень створюються власною мовою програмування систем Mathematica і є головним засобом для розвитку можливостей системи та їх адаптації до вирішення конкретних класів задач користувача. Інтерфейс пакета будується з декількох базових понять: зошит (Notebooks), комірка (Cell) і палітра (Palettes). Зошитом називається файл, з яким працює користувач. У ньому створюються і обчислюються формули, будуються графіки і таблиці. При бажанні, в зошиті можна навіть програти звуковий файл або фільм. Зошит складається з комірок. Вся інформація, яка є в зошиті, зберігається в його комірках. Як тільки в порожньому новому файлі набирається хоча б один символ, Mathematica створить для нього комірку. Всі комірки можна розділити на три типи: комірки введення – в них задаються команди (формули), які будуть обчислені; комірки результату, в яких виводяться результати обчислень; інші комірки: з текстом, заголовки і все інше, що вводить користувач і обчислювати не треба. Палітри містять вікна з кнопками, які виконують різні дії: від додавання грецької букви, до розкриття дужок у алгебраїчному виразі.

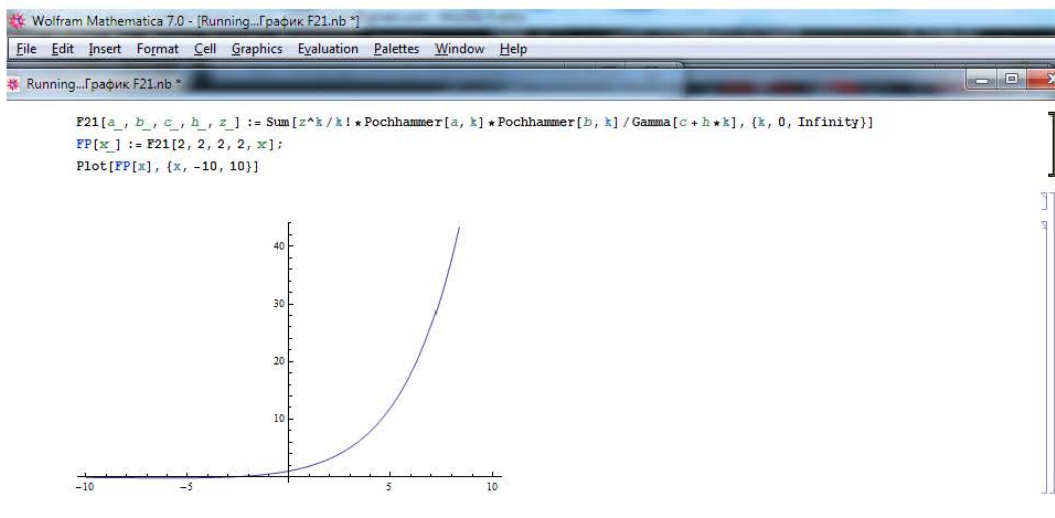


Рисунок 11.18 – Робочий екран системи Mathematica. Графік гіпергеометричної функції Гаусса в Mathematica

Однією з переваг пакета Mathematica є виконання арифметичних дій в символічному вигляді, наприклад, функція Solve шукає розв'язки в символічному вигляді, а NSolve – в чисельному.

Можливості аналітичних перетворень у системі Mathematica:

- розв'язання систем поліноміальних і тригонометричних рівнянь і нерівностей, а також трансцендентних рівнянь, що зводяться до них;
- розв'язання рекурентних рівнянь;
- спрощення виразів;

- знаходження меж;
- інтегрування та диференціювання функцій;
- знаходження скінченних і нескінченних сум і добутків;
- розв'язання диференціальних рівнянь і рівнянь в частинних похідних;
- перетворення Фур'є і Лапласа, а також Z-перетворення;
- розкладання функції в ряд Тейлора, операції з рядами Тейлора (додавання, множення, композиція, отримання оберненої функції тощо).

Можливості чисельних розрахунків:

- обчислення значень функцій, в тому числі спеціальних, з довільною точністю;
- розв'язання систем рівнянь;
- знаходження меж;
- інтегрування та диференціювання;
- знаходження сум і добутків;
- розв'язання диференціальних рівнянь і рівнянь в частинних похідних;
- поліноміальна інтерполяція функції від довільного числа аргументів;
- перетворення Фур'є і Лапласа, а також Z-перетворення.

Теорія чисел:

- визначення простого числа за його порядковим номером, визначення кількості простих чисел, що не перевищують дане;
- дискретне перетворення Фур'є;
- розкладання числа на прості множники, знаходження НОД та НОК.

Лінійна алгебра:

- операції з матрицями (додавання, множення, знаходження оберненої матриці, множення на вектор, отримання визначника);
- пошук власних значень і власних векторів.
- графіка та звук:
- побудова графіків функцій, в тому числі параметричних кривих і поверхонь;
- побудова геометричних фігур (ламаних, кіл, прямокутників тощо);
- відтворення звуку, графік якого задається аналітичною функцією або набором точок;
- імпорт і експорт графіки в багатьох растрових і векторних форматах, а також звуку.

Таким чином, переваги пакета Mathematica – це можливість символічних обчислень, розв'язання завдань різного рівня складності, реалізації анімаційних графіків, відтворення звуків, наявність довідкової системи з великою кількістю практичних прикладів, розвиненої мови програмування.