ЗМІСТ

ВСТУП

Навчальна дисципліна «Операційне обчислення» присвячена питанням вивчення основних питань операційного обчислення, отриманню навичок застосування методів операційного обчислення для вирішення задач науки і техніки, що зводяться до рішення диференціальних рівнянь та систем диференціальних рівнянь.

Сьогодні відповідно до чинного державного освітнього стандарту «Операційне обчислення» вивчається як самостійна дисципліна студентами напряму 6.050101 «Комп'ютерні науки». Дисципліна входить до циклу дисциплін самостійного вибору вищого навчального закладу.

Дисципліна «Операційне обчислення» складається з таких основних тем:

- теорія функції комплексної змінної;
- перетворення Лапласа;
- вирішення звичайних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами операційними методами;
- вирішення систем звичайних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами операційними методами.

Основні вимоги до виконання контрольної роботи є такі, що до моменту приїзду студента на екзаменаційну сесію він повинен мати конспект дисципліни, виконану і зараховану контрольну роботу. Якщо контрольну роботу не зараховано, то студент не допускається до іспиту.

1 ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Навчальна дисципліна «Операційне обчислення» є обов'язковою і входить до циклу дисциплін самостійного вибору вищого навчального закладу.

Мета вивчення дисципліни – вивчення студентами теоретичних основ, придбання практичних навичок й освоєння інструментальних засобів рішення ЗДР (звичайних диференціальних рівнянь) та систем ЗДР методами операційного обчислення.

У результаті вивчення дисципліни студент повинен:

знати теоретичні основи теорії функції комплексної змінної: перетворення Лапласа; основні теореми операційного обчислення;

вміти вирішити диференціальні рівняння та системи ЗДР методами операційного обчислення.

Для успішного складання іспиту з дисципліни необхідно: опрацювати питання контрольної роботи, підготуватись до іспиту згідно питань дисципліни.

Зв'язок з іншими дисциплінами: навички та вміння цієї дисципліни базуються на дисциплінах "Вища математика", "Основи дискретної математики", "Основи програмування та алгоритмічні мови", "Системний аналіз та проектування систем обробки інформації", "Основи інформації". Навички та вміння цієї дисципліни застосовуються у таких дисциплінах, як "Проектування організаційних і технологічних інформаційних управляючих систем", "Супровід і експлуатація програмного забезпечення інформаційних управляючих систем".

Набуті знання і вміння у подальшому можуть бути використані при виконанні курсових робіт та дипломному проектуванні.

2 РОБОЧА ПРОГРАМА та МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Технологічна карта до робочої програми вивчення дисципліни «Операційне обчислення» для студентів заочної форми навчання напряму 6.050101 «Комп'ютерні науки» представлена у таблиці 2.1.

Таблиця 2.1- Розподіл навчальних годин та форми контролю

Усього годин за навчальним планом	108
у тому числі: аудиторні заняття	16
з них: - лекції	12
- лабораторні заняття	4
- практичні заняття	
- семінари	
Самостійна робота	92
- виконанні індивідуального завдання	32
- підготовці до контрольних робіт	10
- вивчення окремих розділів програми, які не увійшли до лекційного курсу	50
Підсумковий контроль (іспит, залік)	іспит

2.1 Деякі положення теорія функцій комплексної змінної

Комплексним числом z називається пара дійсних чисел *(a, b)* із установленим порядком проходження чисел *a* **й** *b*.

Два комплексних числа $z_1 = (a_1, b_1)$ $_2 = a_2\ b_2$ **рівні** тоді й тільки тоді, коли рівні їх дійсні й мнимі частини, тобто коли. $a_1 = a_2$ $b_1 = b_2$

Сумою комплексних чисел $z_1 = (a_1, b_1)$ $_2 = a_2\ b_2$ називається таке комплексне число *z = (a, b)*, для якого $a = a_1 + a_2,\ b = b_1 + b_2$

Добутком комплексних чисел $z_1 = (a_1, b_1)$ $_2 = a_2\ b_2$ називається таке комплексне число *z = (a, b)*, для якого $a = a_1 a_2 - b_1 b_2,\ b = a_1 b_2 + a_2 b_1.$ Комплексне число *z = a - ib* називається комплексно сполученим числу *z = a + ib*.

Операція **вирахування** комплексних чисел визначається як операція, зворотна додаванню. Комплексне число *z = a + ib* називається різницею комплексних чисел $z_1 = (a_1, b_1)$ $_2 = a_2\ b_2$, якщо $a = a_1 - a_2,\ b = b_1 - b_2$

Операція **ділення** комплексних чисел визначається як операція, зворотна множенню. Комплексне число $z = a + ib$ називається часткою комплексних чисел $z_1 = (a_1, b_1)$ $_2 = a_2 \; b_2 \; \neq$, якщо $z_1 = z \cdot z_2$. с визначником $a_2^2 + b_2^2$ відмінним від нуля.

$$z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{a_2^2 + b_2^2} + i\frac{b_1a_2 - a_1b_2}{a_2^2 + b_2^2} \tag{1.2}$$

Тригонометрична форма запису комплексного числа:

$$z = \rho(\cos\varphi + i\sin\varphi).$$

В цій формулі $\rho = \sqrt{a^2 + b^2}$, $tg\varphi = \dfrac{b}{a}$.

Показова форма (з формули Ейлера $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$) запису комплексного числа: $z = \rho e^{i\varphi}$. (1.4)

Тригонометрична форма множення комплексних чисел.

$$\begin{aligned} z = \rho(\cos\varphi + i\sin\varphi) &= z_1 \cdot z_2 = \\ &= \rho_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)\rho_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2) = \\ &= \rho_1\rho_2(\cos\varphi_1\cos\varphi_2 - \sin\varphi_1\sin\varphi_2) + \\ &\quad + i\rho_1\rho_2(\sin\varphi_1\cos\varphi_2 + \cos\varphi_1\sin\varphi_2) = \\ &= \rho_1\rho_2[\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2)] = \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}. \end{aligned} \tag{1.6}$$

У випадку **ділення комплексних** чисел при $\rho_2 \neq 0$ має місце аналогічне співвідношення:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}. \tag{1.7}$$

Піднесення комплексного числа в цілую позитивний ступінь відбувається так, якщо $z = z_1^n$, то $\rho = \rho_1^n$ $\varphi = n\varphi$ (1.9).

Комплексне число $z_1 = \sqrt[n]{z}$ називається **коренем n-й ступеня** з комплексного числа z, якщо $z = z_1^n$. Із цього визначення треба, що $\rho_1 = \sqrt[n]{\rho}$ $\varphi_1 = \dfrac{\varphi}{n}$.

2.2 Перетворення (перетвір) Лапласа. Оригінал і зображення

Операційне числення засноване на так званому **перетворенні Лапласа** (операторові спеціального виду)

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt \,, \tag{2.1}$$

яке є невласним інтегралом першого роду.

Функція $F(p)$ комплексного аргументу $p=\alpha+i\beta$, обумовлена інтегралом Лапласа (2.1), називається зображенням за Лапласом функції-оригіналу $f(t)$.

Той факт, що функція $F(p)$ є зображенням функції-оригіналу $f(t)$ символічно записується так:

$$f(t) \div F(p) \quad \text{або} \quad F(p)=L(f(t)).$$

Основні теореми операційного числення

2.2.1 Теорема подібності

Якщо $\omega>0$ (додатне число) і $f(t)\div F(p)$, то $f(\omega t)\div\frac{1}{\omega}F\left(\frac{p}{\omega}\right)$, тобто множення аргументу оригіналу на додатне число ω приводить до ділення зображення і його аргументу на це число.

2.2.2 Властивість лінійності зображення

Якщо $f(t)=\sum_{i=1}^{n}c_i\cdot f_i(t)$, де c_i – сталі і $f(t)\div F(p)$, $f_i(t)\div F_i(p)$, то

$F(p)=\sum_{i=1}^{n}c_i\cdot F_i(p)$.

2.2.3 Теорема загоювання

Якщо τ – додатне число $\tau>0$ й оригіналу $f(t)\div F(p)$, то $f(t-\tau)\div e^{-p\tau}\cdot F(p)$.

2.2.4 Теорема зсуву

Якщо $F(p)$ є зображення функції $f(t)$, то $F(p+a)$ – зображення функції $e^{-at}f(t)$, тобто, якщо $f(t)\div F(p)$, то $e^{-at}f(t)\div F(p+a)$

2.2.5 Диференціювання зображення

Якщо $F(p)\div f(t)$, то $\frac{d^n}{dp^n}F(p)\div(-1)^n t^n f(t)$, тобто множення оригіналу на $(-t)$ веде до диференціювання зображення

2.2.6 Інтегрування зображення

Якщо $f(t) \div F(t)$ і $\frac{f(t)}{t}$ – оригінал, то $\frac{f(t)}{t} = \int_p^{\infty} F(p)dp,$

тобто ділення оригіналу на аргумент t веде до інтегрування зображення

2.2.7 Теорема множення зображень(теорема про згортку)

Якщо оригіналу $f_1(t) \div F_1(p)$, а оригіналу $f_2(t) \div F_2(p)$, то

$$F_1(p) \cdot F_2(p) \div \int_0^t f_1(\tau) \cdot f_2(t-\tau)d\tau.$$

2.2.8 Диференціювання оригіналів

Якщо, $f(t) \div F(p)$ і $f'(t)$ – оригінал, то $f'(t) \div pF(p) - f(0).$

$$f'(t) \div pF(p) - f(0).$$

Коли $f(0) = 0$, формула має вигляд $f'(t) \div pF(p).$

$f''(t) \div p(F(p) - f(0)) - f'(0) = p^2F(p) - pf(0) - f'(0).$

$f'''(t) \div p^3F(p) - p^2f(0) - pf'(0) - f''(0).$

....

$f^n(t) \div p^nF(p) - p^{n-1}f(0) - p^{n-2}f'(0) - ... - pf^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0).$

Коли $f(0) = f'(0) = ... = f^{(n-1)}(0) = 0$, буде $f^{(n)}(t) \div p^nF(p).$

2.2.9 Інтегрування оригіналів(зображення інтегралів)

Якщо $f(t) \div F(p)$, то $\int_0^t f(\tau)d\tau \div \frac{F(p)}{p}.$

2.2.10 Перша теорема розвинення

Якщо зображення $F(p)$ являє собою степеневий ряд за від'ємними степенями p з ненульовим радіусом збіжності, тобто, якщо $F(p) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_k}{p^{k+1}}$, то оригіналом $f(t)$ зображення $F(p)$ є степеневий ряд за невід'ємними степенями t, тобто $f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \frac{t^k}{k!}$ який збігається при усіх $t \geq 0$.

2.2.11 Друга теорема розвинення

Якщо зображення $F(p)=\dfrac{R(p)}{Q_n(p)}$ – правильний раціональний нескоротний дріб, знаменник $Q_n(p)$, якого має лише прості корені $p_1, p_2, ..., p_n$, тобто $Q_n(p)=\prod_{k=1}^{n}(p-p_k)$, то $F(p)=\dfrac{R(p)}{Q_n(p)} \div \sum_{k=1}^{n} A_k e^{p_k t} = f(t)$, де

$$A_k = \frac{R(p_k)}{Q_n'(p_k)}, \qquad Q'(p)=\frac{dQ(p)}{dp}.$$

Таблиця основних відповідностей «оригінал» – «зображення»

№ п/п	Оригінал	Зображення
1	$f(t)\ (0 \le t < \infty)$	$F(p)=\int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt\ (p=\alpha+\beta)$
2	1	$\dfrac{1}{p}$
3	$e^{\pm at}$	$\dfrac{1}{p \mp a}$
4	$\sin \omega t$	$\dfrac{\omega}{p^2+\omega^2}$
5	$\cos \omega t$	$\dfrac{p}{p^2+\omega^2}$
6	$sh\omega t$	$\dfrac{\omega}{p^2-\omega^2}$
7	$ch\omega t$	$\dfrac{p}{p^2-\omega^2}$
8	$e^{\pm at}\sin \omega t$	$\dfrac{\omega}{(p \mp a)^2+\omega^2}$
9	$e^{\pm at}\cos \omega t$	$\dfrac{p \mp a}{(p \mp a)^2+\omega^2}$
10	t^n	$\dfrac{n!}{p^{n+1}}$
11	$e^{\pm at}\, t^n$	$\dfrac{n!}{(p \mp a)^{n+1}}$

№ п/п	Оригінал	Зображення
13	$f(t-\tau) \quad \tau > 0$	$e^{-p\tau}F(p)$
14	$e^{\pm at}f(t) \quad (\mathrm{Re}(p \mp a) > S_0)$	$F(p \mp a)$
15	$t\ f(t)$	$-\dfrac{d}{dp}F(p)$
16	$\dfrac{f(t)}{t}$	$\int\limits_p^{\infty} F(p)dp$
17	$f_1 * f_2 = \int\limits_0^t f_1(\tau)f_2(t-\tau)d\tau$	$F_1(p) \cdot F_2(p)$
18	$f'(t)$	$pF(p) - f(0)$
19	$\int\limits_0^t f(\tau)d\tau$	$\dfrac{1}{p} \cdot F(p)$

2.3 Розв′язання звичайних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами операційним методом

Приклад 1. Розв′язати задачу Коші

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0 \tag{3.1}$$

для рівняння

$$y''' + 4y' = 1. \tag{3.2}$$

Розв′язання

Нехай шукана функція $y(t)$ і її похідні $y'(t), y''(t), y'''(t)$ є оригіналами і нехай $y(t) \div Y(p)$. Тоді

$$y'(t) \div pY(p) - y(0) = pY(p);$$

$$y''(t) \div p^2Y(p) - py(0) - y'(0) = p^2Y(p); \tag{3.3}$$

$$y'''(t) \div p^3Y(p) - p^2y(0) - py'(0) - y''(0) = p^3Y(p).$$

$$1 \div \frac{1}{p}.$$

Підставивши замість $y'(t), y'''(t)$ і правої частини в задане диференціальне рівняння відповідні їм зображення, переходять до рівняння в зображеннях:

$$p^3 Y(p) + 4pY(p) = \frac{1}{p}. \qquad (3.4)$$

відкіля

$$Y(p) = \frac{1}{p\left(p^3 + 4p\right)} = \frac{1}{p^2\left(p^2 + 4\right)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{p^2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{p^2 + 4} \div$$

$$\div \frac{t}{4} - \frac{1}{8}\sin 2t = y(t).$$

Відповідь:

$$y(t) = \frac{t}{4} - \frac{1}{8}\sin 2t.$$

Перевірка.

$$y'(t) = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\cos 2t; \qquad y'(0) = 0; \qquad y'(0) = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0;$$

$$y''(t) = +\frac{1}{2}\sin 2t; \qquad y''(0) = 0;$$

$$y'''(t) = +\cos 2t.$$

$$+\cos 2t + 4\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\cos 2t\right) = \cos 2t + 1 - \cos 2t = 1.$$

Приклад 2. Розв′язати задачу Коші

$$y(0) = 0; \qquad y'(0) = 1. \qquad (3.1)$$

$$y'' - 4y' + 5y = 0.. \qquad (3.2)$$

Розв′язання

Нехай $y(t) \div Y(p)$. Тоді $y'(t) \div pY(p) - y(0) = pY(p)$, а

$$y''(t) \div p^2 Y(p) - py(0) - y'(0) = p^2 Y(p) - 1.$$

Отже, рівняння в зображеннях приймає вид:

$$p^2 Y(p) - 4pY(p) + 5Y(p) = 1.$$

або $\left(p^2 - 4p + 5\right)Y(p) = 1$,

відкіля

$$Y(p) = \frac{1}{p^2 - 4p + 5} = \frac{1}{(p-2)^2 + 1} \div e^{2t}\sin t = y(t).$$

Відповідь: $y(t)=e^{2t}\sin t.$

Перевірка

$$y'(t)=2e^{2t}\sin t+e^{2t}\cos t=e^{2t}(2\sin t+\cos t)$$

$$y(0)=0; \qquad y'(0)=1$$

$$y''(t)=2e^{2t}(2\sin t+\cos t)+e^{2t}(2\cos t-\sin t)=e^{2t}(3\sin t+4\cos t).$$

$$e^{2t}(3\sin t+4\cos t)-4e^{2t}(2\sin t+\cos t)+5e^{2t}\sin t=$$

$$=e^{2t}(8\sin t+4\cos t-4\cos t-8\sin t)=0.$$

Приклад 3. Знайти загальне рішення диференціального рівняння $y''+2y'+10y=2e^{-t}\cos 3t$ операційним методом.

Розв′язання

Для одержання загального розв′язку (інтегралу) беруться довільні початкові умови $y(0)=c_1$, $y'(0)=c_2$. Тоді рівняння в зображеннях буде:

$$\left(p^2+2p+10\right)Y(p)-c_1p-c_2-2c_1=2\frac{p+1}{p^2+2p+10},$$

відкіля

$$Y(p)=\frac{c_1p+2c_1+c_2+2\dfrac{p+1}{p^2+2p+10}}{p^2+2p+10}=c_1\frac{p+1}{(p+1)^2+3^2}+\frac{c_1+c_2}{(p+1)^2+3^2}+$$

$$+2\frac{p+1}{\left((p+1)^2+3^2\right)^2}\div c_1e^{-t}\cos 3t+\frac{1}{3}(c_1+c_2)e^{-t}\sin 3t+\frac{1}{3}te^{-t}\sin 3t=y(t).$$

Відповідь: $y(t)=e^{-t}\left(c_1\cos 3t+\dfrac{1}{3}(t+\widetilde{c}_2)\right)\sin 3t,$

де $\widetilde{c}_2=c_1+c_2$ – довільна стала.

2.4 Розв′язання систем звичайних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами операційним методом

Алгоритм розв′язання системи лінійних диференціальних рівнянь операційним методом, власне кажучи, не відрізняється від алгоритму розв′язання цим методом одного рівняння.

Приклад 1. Вирішити систему диференціальних рівнянь

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=3x+y\\ \dot{y}(t)=x+y+2\end{cases} \qquad (4.1)$$

при початкових умовах:

$$\begin{matrix} x(0)=1 \\ y(0)=2 \end{matrix}. \tag{4.2}$$

Рішення

Нехай $x(t)\div X(p)$, $y(t)\div Y(p)$, тоді

$$\begin{gathered} \dot{x}(t)\div pX(p)-x(0)=pX(p)-1; \\ \dot{y}(t)\div pY(p)-y(0)=pY(p)-2; \\ 2\div\frac{2}{p}. \end{gathered} \tag{4.3}$$

Підстановкою в систему **(9.1)** замість $x(t)$, $y(t)$, $\dot{x}(t)$, $\dot{y}(t)$ і правих частин відповідних їм зображень за співвідношеннями **(9.3),** отримують систему алгебраїчних рівнянь у зображеннях:

$$\begin{cases} (p-3)X(p)-Y(p)=1 \\ -X(p)+(p-1)\cdot Y(p)=\dfrac{2}{p}+2 \end{cases} \tag{4.4}$$

Розв′язання отриманої системи **(4.4)** дає:

$$X(p)=\frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ \dfrac{2(1+p)}{p} & (p-1) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (p-3) & -1 \\ -1 & (p-1) \end{vmatrix}}=\frac{p-1+\dfrac{2(1+p)}{p}}{(p-3)(p-1)-1}=\frac{p^2+p+2}{p(p^2-4p+2)};$$

$$\tag{4.5}$$

$$Y(p)=\frac{\begin{vmatrix} p-3 & 1 \\ -1 & \dfrac{2(1+p)}{p} \end{vmatrix}}{(p^2-4p+2)}=\frac{\dfrac{2(1+p)(p-3)}{p}+1}{(p^2-4p+2)}=\frac{2p^2-3p-6}{p(p^2-4p+2)}.$$

Переходом від зображень **(4.5)** до відповідних їм оригіналам отримуємо розв′язок задачі **(4.1), (4.2):**

$$X(p)=\frac{p^2+p+2}{p(p^2-4p+2)}=\frac{1}{p}+\frac{5}{p^2-4p+2}=\frac{1}{p}+\frac{5}{(p-2)^2-2}\div$$

$$\div 1+\frac{5}{\sqrt{2}}e^{2t}sh\sqrt{2}t=x(t).$$

$$Y(p)=\frac{2p^2-3p-6}{p\left(p^2-4p+2\right)}=-\frac{3}{p}+5\frac{p-3}{(p-2)^2-2}\div$$
$$\div-3+5e^{2t}ch\sqrt{2}t-\frac{5}{\sqrt{2}}e^{2t}sh\sqrt{2}t=y(t). \tag{4.6}$$

Відповідь: $x(t)=\frac{5}{\sqrt{2}}e^{2t}sh\sqrt{2}t+1;$

$$y(t)=5e^{2t}\left(ch\sqrt{2}t-\frac{1}{\sqrt{2}}sh\sqrt{2}t\right)-3.$$

Перевірка: $x(0)=\frac{5}{\sqrt{2}}e^{0}sh0+1=1$

$$y(0)=5e^{0}\left(ch0-\frac{1}{\sqrt{2}}sh0\right)-3=5-3=2.$$

$$\dot{x}(t)=5e^{2t}\left(\sqrt{2}\,sh\sqrt{2}\,t+ch\sqrt{2}\,t\right);$$
$$\dot{y}(t)=5e^{2t}ch\sqrt{2}\,t.$$

$$3x(t)+y(t)=\frac{15}{\sqrt{2}}e^{2t}sh\sqrt{2}t+3+5e^{2t}ch\sqrt{2}t-\frac{5}{\sqrt{2}}e^{2t}sh\sqrt{2}t-3=$$
$$=\frac{10}{\sqrt{2}}e^{2t}sh\sqrt{2}t+5e^{2t}ch\sqrt{2}t=5e^{2t}\left(\sqrt{2}sh\sqrt{2}t+3+ch\sqrt{2}t\right);$$
$$\frac{5}{\sqrt{2}}e^{2t}sh\sqrt{2}t+1+5e^{2t}\left(ch\sqrt{2}t-\frac{1}{\sqrt{2}}sh\sqrt{2}t\right)-3+2=5e^{2t}ch\sqrt{2}t.$$

Легко бачити, що задачу (10.1), (10.2) розв′язано вірно.

3 КОНТРОЛЬНА РОБОТА

Тема роботи: Рішення звичайних диференціальних рівнянь та систем звичайних диференціальних рівнянь операційними методами.

3.1 Завдання

1. Виконати завдання з комплексними змінними.

2. Ознайомитись з перетвором Лапласа. Визначити функції-зображення по відомим функціям-оригіналам та знайти функцію-оригінал по функції-зображенню.

3. Операторними методами вирішити задачу Коші для ЗДР.

4. Операторними методами вирішити задачу Коші для системи ЗДР.

5.Скласти звіт:

5.1 Титульний аркуш (стандартний).

5.2Мета роботи.

5.3Завдання.

5.4Короткі теоретичні відомості.

5.5Опис виконаної роботи (отриманих результатів) по пунктах.

5.6Висновки.

5.7Література

Індивідуальні завдання до розділу 2.1

Виконати завдання з комплексними числами

Варіант 1

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $1-i\sqrt{3}$.
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $|z|\geq 5$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{5}{i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2-3(1+i)z-2=0.$
5. Знайти $\sqrt{1+2i}.$
6. Вирішити рівняння $z^4+81=0.$

Варіант 2

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $2+i\sqrt{5}$;
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $|z|<4$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\dfrac{1+5i}{1-5i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2-4iz-13=0$.
5. Знайти $\sqrt{21+2i}$.
6. Вирішити рівняння $z^3+27=0$.

Варіант 3

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $3-i$.
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $\operatorname{Im} z \le 5$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\dfrac{2-i}{2+i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2+5iz-3=0$.
5. Знайти $\sqrt{5-4i}$.
6. Вирішити рівняння $z^5-32=0$.

Варіант 4

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $12+i\sqrt{7}$;
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $\operatorname{Re} z \ge 4$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $(1+i\sqrt{3})^3$.
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2-4z+13=0$.
5. Знайти $\sqrt[3]{i}$.
6. Вирішити рівняння $z^4+625=0$.

Варіант 5

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $1-\cos\alpha+i\sin\alpha$;
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $\alpha \le \arg z \le \beta$.
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\dfrac{5+3i}{5-i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2+2(2-i)z-4=0$.
5. Знайти $\sqrt[4]{2-3i}$.

6. Вирішити рівняння $z^6 + 1 = 0.$

Варіант 6

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $2i.$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $2 \le |z| \le 4$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\dfrac{2+3i}{1-5i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2 + iz + 7 = 0.$
5. Знайти $\sqrt[4]{2+3i}.$
6. Вирішити рівняння $z^3 + 125 = 0.$

Варіант 7

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $11 + i;$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну *z=x+iy*, якщо $\dfrac{\pi}{6} \le \arg z \le \dfrac{\pi}{2},\ 2 \le \operatorname{Re} z \le 5.$
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\dfrac{2+3i}{i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2 - 4z + 12 = 0.$
5. Знайти $\sqrt{2i}.$
6. Вирішити рівняння $z^2 + 81 = 0.$

Варіант 8

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $4 + i2\sqrt{5};$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $1 < |z| < 4$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\dfrac{3+4i}{1-5i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2 - (4+i)z - 12 = 0.$
5. Знайти $\sqrt{1 - i\sqrt{3}}.$
6. Вирішити рівняння $z^4 + 16 = 0.$

Варіант 9

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $1-i2\sqrt{2}$;
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $|z|<3$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{5+3i}{i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $2z^2-3(1+i)z-2=0$.
5. Знайти $\sqrt{4-2i}$.
6. Вирішити рівняння $z^3+125=0$.

Варіант 10

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $12+5i$;
2. Де розташовані крапки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $|z|=21$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{11+3i}{2-i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $3z^2-4z-13i=0$.
5. Знайти $\sqrt{21+2i}$.
6. Вирішити рівняння $z^6+27=0$.

Варіант 11

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $3-i$;
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $2\le \operatorname{Im} z\le 5$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{2}{2+i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $3z^2+5iz-3=0$.
5. Знайти $\sqrt{6+3i}$.
6. Вирішити рівняння $z^5+32=0$.

Варіант 12

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $11+i\sqrt{23}$;

2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $\operatorname{Re} z=5$?

3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $(3+i\sqrt{3})^2$.

4. Вирішити квадратне рівняння $-2z^2-(2+4i)z+1=0$.

5. Знайти $\sqrt[3]{i}$.

6. Вирішити рівняння $z^4+1=0.$

Варіант 13

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $1+\cos\alpha+i\sin\alpha$.
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $\arg z=\beta,\ |z|<3.$
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{5+3i}{5-i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $3z^2+(2-i)z-4=0.$
5. Знайти $\sqrt[3]{2+5i}.$
6. Вирішити рівняння $z^4+16=0.$

Варіант 14

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $\sqrt{3}+2i.$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $2\le|z|\le 4,\ \arg z\le\beta?$
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{2+3i}{1-5i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2+z+7i=0.$
5. Знайти $\sqrt[4]{2+3i}.$
6. Вирішити рівняння $z^4+81=0.$

Варіант 15

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $11+i;$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $\frac{\pi}{6}\le\arg z\le\frac{\pi}{2},\ 2\le\operatorname{Re}z\le 5?$
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{2+3i}{i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2-4z+12=0.$
5. Знайти $\sqrt{2i}.$
6. Вирішити рівняння $z^4+64=0.$

Варіант 16

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $4+i2\sqrt{5}$;

2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $1<|z|<4.$

3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{3+4i}{1-5i}.$

4. Вирішити квадратне рівняння $z^2-(4+i)z-12=0.$

5. Знайти $\sqrt{1-i\sqrt{3}}.$

6. Вирішити рівняння $z^4+16=0.$

Варіант 17

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $1+\cos\alpha+i\sin\alpha;$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну *z=x+iy*, якщо $\arg z=\beta,\ |z|<3?$
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{5+3i}{5-i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $3z^2+(2-i)z-4=0.$
5. Знайти $\sqrt[3]{2+5i}.$
6. Вирішити рівняння $z^4+16=0.$

Варіант 18

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $\sqrt{3}+2i.$

2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $2\le|z|<4,\ \arg z\le\beta?$

3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{2+3i}{1-5i}.$

4. Вирішити квадратне рівняння $z^2+z+7i=0.$

5. Знайти $\sqrt[4]{2+3i}.$

6. Вирішити рівняння $z^4+81=0.$

Варіант 19

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $11+i;$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну *z=x+iy*, якщо $\frac{\pi}{6}\le\arg z\le\frac{\pi}{2},\ 2\le\operatorname{Re}z\le5?$

3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{2+3i}{i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2-4z+12=0$.
5. Знайти $\sqrt{2i}$.
6. Вирішити рівняння $z^4+64=0$.

Варіант 20

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $4+i2\sqrt{5}$;
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $1<|z|<4$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{3+4i}{1-5i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $4z^2-(4+i)z-12=0$.
5. Знайти $\sqrt{1-i\sqrt{3}}$.
6. Вирішити рівняння $z^4+16=0$.

Варіант 21

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $2+i\sqrt{5}$;
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $|z|<4$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{1+5i}{1-5i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2-4iz-13=0$.
5. Знайти $\sqrt{21+2i}$.
6. Вирішити рівняння $z^3+27=0$.

Варіант 22

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $1-i\sqrt{3}$;
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $|z|\geq 5$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{5}{i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2-3(1+i)z-2=0$.
5. Знайти $\sqrt{1+2i}$.

6. Вирішити рівняння $z^4+81=0.$

Варіант 23

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $11+i;$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $\frac{\pi}{3}\le \arg z\le \frac{\pi}{2}, 1\le \operatorname{Re} z\le 3?$
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{2+3i}{i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2-4z+12=0.$
5. Знайти $\sqrt{2i}.$
6. Вирішити рівняння $z^2+81=0.$

Варіант 24

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $4+i2\sqrt{5};$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $1<|z|<4?$
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{3+4i}{1-5i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2-(4+i)z-12=0.$
5. Знайти $\sqrt{1-i\sqrt{3}}.$
6. Вирішити рівняння $z^4+16=0.$

Варіант 25

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $1-i2\sqrt{2};$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $|z|<3?$
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{5+3i}{i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $2z^2-3(1+i)z-2=0.$
5. Знайти $\sqrt{4-2i}.$

6. Вирішити рівняння $z^3 + 125 = 0.$

Варіант 26

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $12 + 5i;$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $|z| = 21$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{11+3i}{2-i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $3z^2 - 4z - 13i = 0.$
5. Знайти $\sqrt{21+2i}.$
6. Вирішити рівняння $z^6 + 27 = 0.$

Варіант 27

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $\sqrt{5} - 3i$.
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $2 \le \operatorname{Im} z \le 5$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{2}{2+i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $3z^2 + 5iz - 3 = 0.$
5. Знайти $\sqrt{6+3i}.$
6. Вирішити рівняння $z^5 + 32 = 0.$

Варіант 28

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $11 + i\sqrt{23};$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $\operatorname{Re} z = 5$ та $\frac{\pi}{3} < \arg z < \frac{\pi}{6}$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $(3 + i\sqrt{3})^2.$
4. Вирішити квадратне рівняння $-2z^2 - (2+4i)z + 1 = 0.$
5. Знайти $\sqrt[3]{i}.$
6. Вирішити рівняння $z^4 + 1 = 0.$

Варіант 29

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $1 + \cos\alpha + i\sin\alpha$.
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $\arg z = \beta, |z| < 3$?

3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{5+3i}{5-i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $3z^2+(2-i)z-4=0$.
5. Знайти $\sqrt[3]{2+5i}$.
6. Вирішити рівняння $z^4+16=0$.

Варіант 30

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $\sqrt{3}+2i$.
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $2 \le |z| \le 4, \arg z \le \beta$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{2+3i}{1-5i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2+z+7i=0$.
5. Знайти $\sqrt[4]{2+3i}$.
6. Вирішити рівняння $z^4+81=0$.

Варіант 31

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число 12-4*i*.
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну *z*=*x*+*iy*, якщо $-\frac{\pi}{2} < \arg z < -\frac{\pi}{3}, 1 \le \mathrm{Im} z \le 4$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{2+3i}{i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2-4z+12=0$.
5. Знайти $\sqrt{2i}$.
6. Вирішити рівняння $z^4+64=0$.

Варіант 32

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $4+i2\sqrt{5}$;
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $2<|z|<5$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{3+4i}{1-5i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2-(4+i)z-12=0$.
5. Знайти $\sqrt{1-i\sqrt{3}}$.

6. Вирішити рівняння $z^4+16=0.$

Варіант 33

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $1+\cos\alpha+i\sin\alpha$.
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $\arg z=\beta, |z|<3$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{5+3i}{5-i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $3z^2+(2-i)z-4=0.$
5. Знайти $\sqrt[3]{2+5i}.$
6. Вирішити рівняння $z^4+16=0.$

Варіант 34

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $\sqrt{3}+2i.$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $2\le|z|\le 6, \arg z>\beta$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{2+3i}{1-5i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2+z+7i=0.$
5. Знайти $\sqrt[4]{2+3i}.$
6. Вирішити рівняння $z^4+81=0.$

Варіант 35

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число 2-*i*4.
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $\frac{\pi}{6}<\arg z<\frac{\pi}{2}, 1\le \operatorname{Re} z\le 4$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{2+3i}{i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2-4z+12=0.$
5. Знайти $\sqrt{2i}.$
6. Вирішити рівняння $z^4+64=0.$

Варіант 36

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $4+i2\sqrt{5}$.
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $3\le|z|\le 7$?

3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{3+4i}{1-5i}$.

4. Вирішити квадратне рівняння $4z^2-(4+i)z-12=0$.

5. Знайти $\sqrt{1-i\sqrt{3}}$.

6. Вирішити рівняння $z^4+16=0$.

Варіант 37

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $3+2i$.
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $\operatorname{Im} z \geq 4$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{2-i}{2+i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2+5iz-3=0$.
5. Знайти $\sqrt{5-4i}$.
6. Вирішити рівняння $z^5-32=0$.

Варіант 38

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $12+i\sqrt{7}$;
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $\operatorname{Re} z \geq 4$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $(1+i\sqrt{3})^3$.
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2-4z+13=0$.
5. Знайти $\sqrt[3]{i}$.
6. Вирішити рівняння $z^4+625=0$.

Варіант 39

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $1-\cos\alpha+i\sin\alpha$;
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $\alpha \leq \arg z \leq \beta$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{5+3i}{5-i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2+2(2-i)z-4=0$.
5. Знайти $\sqrt[4]{2-3i}$.
6. Вирішити рівняння $z^6+1=0$.

Варіант 40

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $2i.$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $3<|z|\le 9$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{2+3i}{1-5i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2+iz+7=0.$
5. Знайти $\sqrt[4]{2+3i}.$
6. Вирішити рівняння $z^3+125=0.$

Варіант 41

7. Представити в тригонометричній формі комплексне число $1-i\sqrt{3}$.
8. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $|z|\ge 5$?
9. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{5}{i}.$
10. Вирішити квадратне рівняння $z^2-3(1+i)z-2=0.$
11. Знайти $\sqrt{1+2i}.$
12. Вирішити рівняння $z^4+81=0.$

Варіант 42

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $2+i\sqrt{5};$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $|z|<4?$
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{1+5i}{1-5i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2-4iz-13=0.$
5. Знайти $\sqrt{21+2i}.$
6. Вирішити рівняння $z^3+27=0.$

Варіант 43

7. Представити в тригонометричній формі комплексне число $3-i.$
8. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $\operatorname{Im} z\le 5$?
9. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{2-i}{2+i}.$
10. Вирішити квадратне рівняння $z^2+5iz-3=0.$

11.Знайти $\sqrt{5-4i}.$

12.Вирішити рівняння $z^5-32=0.$

Варіант 44

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $12+i\sqrt{7};$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $\operatorname{Re} z \geq 4$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $(1+i\sqrt{3})^3.$
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2-4z+13=0.$
5. Знайти $\sqrt[3]{i}.$
6. Вирішити рівняння $z^4+625=0.$

Варіант 45

7. Представити в тригонометричній формі комплексне число $1-\cos\alpha+i\sin\alpha;$
8. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $\alpha \leq \arg z \leq \beta.$
9. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{5+3i}{5-i}.$
10. Вирішити квадратне рівняння $z^2+2(2-i)z-4=0.$

11.Знайти $\sqrt[4]{2-3i}.$

12.Вирішити рівняння $z^6+1=0.$

Варіант 46

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $2i.$
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $2 \leq |z| \leq 4$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{2+3i}{1-5i}.$
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2+iz+7=0.$
5. Знайти $\sqrt[4]{2+3i}.$
6. Вирішити рівняння $z^3+125=0.$

Варіант 47

7. Представити в тригонометричній формі комплексне число $11+i$;
8. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $\frac{\pi}{6} \le \arg z \le \frac{\pi}{2}$, $2 \le \operatorname{Re} z \le 5$.
9. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{2+3i}{i}$.
10. Вирішити квадратне рівняння $z^2 - 4z + 12 = 0$.
11. Знайти $\sqrt{2i}$.
12. Вирішити рівняння $z^2 + 81 = 0$.

Варіант 48

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $4 + i2\sqrt{5}$;
2. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $1 < |z| < 4$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{3+4i}{1-5i}$.
4. Вирішити квадратне рівняння $z^2 - (4+i)z - 12 = 0$.
5. Знайти $\sqrt{1 - i\sqrt{3}}$.
6. Вирішити рівняння $z^4 + 16 = 0$.

Варіант 49

7. Представити в тригонометричній формі комплексне число $1 - i2\sqrt{2}$;
8. Де розташовані точки, що зображують комплексну змінну $z=x+iy$, якщо $|z| < 3$?
9. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{5+3i}{i}$.
10. Вирішити квадратне рівняння $2z^2 - 3(1+i)z - 2 = 0$.
11. Знайти $\sqrt{4-2i}$.
12. Вирішити рівняння $z^3 + 125 = 0$.

Варіант 50

1. Представити в тригонометричній формі комплексне число $12 + 5i$;
2. Де розташовані крапки, що зображують комплексну змінну z=x+iy, якщо $|z| = 21$?
3. Знайти модуль й аргумент комплексного числа $\frac{11+3i}{2-i}$.

4. Вирішити квадратне рівняння $3z^2-4z-13i=0.$

5. Знайти $\sqrt{21+2i}.$

6. Вирішити рівняння $z^6+27=0.$

Індивідуальні завдання до розділу 2.2

1. Знайти зображення за Лапласом $F(p)$ наступних функцій-оригіналів $f(t)$:

1	$a)\ f(t)=5\sin 3t-4ch2t+t\cos 2t;$	$б)\ f(t)=\dfrac{sht}{2t}$
2	$a)\ f(t)=2\sin 4t-3sh2t+ch3t\sin 2t;$	$б)\ f(t)=t^2\sin 4t$
3	$a)\ f(t)=3\cos 5t-4ch5t+e^{-5t}\sin 3t;$	$б)\ f(t)=\sin\left(2t-\dfrac{\pi}{3}\right)$
4	$a)\ f(t)=2sh3t\cos 4t+\sin 2t\sin 3t;$	$б)\ f(t)=\dfrac{3sh2t}{t}$
5	$a)\ f(t)=e^{-3t}\sin 2t\cos 2t+2t-4;$	$б)\ f(t)=t\sin 5t$
6	$a)\ f(t)=e^{2t}\sin 3t\cos 2t-t^2+1;$	$б)\ f(t)=\int\limits_0^t sh\tau d\tau$
7	$a)\ f(t)=e^{3t}\cos 4t+ch2t+t;$	$б)\ f(t)=\cos^2 t$
8	$a)\ f(t)=5\sin 4t-4sh2+\dfrac{e^t}{3}+e^{-2t};$	$б)\ f(t)=t\sin 2t\cos 3t$
9	$a)\ f(t)=e^{-5t}\cos t+\dfrac{1}{2}sh2t-\sin 2t\cos t;$	$б)\ f(t)=\int\limits_0^t \cos 2t\cos 3tdt$
10	$a)\ f(t)=\sin 4t+\cos 2t+(t-3)^2;$	$б)\ f(t)=t^2\sin 3t$
11	$a)\ f(t)=5\sin 3t-4ch2t+t\cos 2t;$	$б)\ f(t)=\dfrac{sht}{2t}$
12.	$a)\ f(t)=2\sin 4t-3sh2t+ch3t\sin 2t;$	$б)\ f(t)=t^2\sin 4t$

13	а) $f(t)=3\cos 5t-4ch5t+e^{-5t}\sin 3t;$	б) $f(t)=\sin\left(2t-\dfrac{\pi}{3}\right)$
14	а) $f(t)=2sh3t\cos 4t+\sin 2t\sin 3t;$	б) $f(t)=\dfrac{3sh2t}{t}$
15	а) $f(t)=e^{-3t}\sin 2t\cos 2t+2t-4;$	б) $f(t)=t\sin 5t$
16	а) $f(t)=5\sin 3t-4ch2t+t\cos 2t;$	б) $f(t)=\dfrac{sht}{2t}$
17	а) $f(t)=2\sin 4t-3sh2t+ch3t\sin 2t;$	б) $f(t)=t^2\sin 4t$
18	а) $f(t)=3\cos 5t-4ch5t+e^{-5t}\sin 3t;$	б) $f(t)=\sin\left(2t-\dfrac{\pi}{3}\right)$
19	а) $f(t)=e^{-5t}\cos t+\dfrac{1}{2}sh2t-\sin 2t\cos t;$	б) $f(t)=\dfrac{1}{3}te^{2t}+5$
20	а) $f(t)=2\sin 6t-4ch3t\cos 2t-1;$	б) $f(t)=\int\limits_0^t ch4\tau d\tau$
21	а) $f(t)=e^{-2t}\cos 4t+\sin 7t\sin 3t-t;$	б) $f(t)=te^{2t}$
22	а) $f(t)=e^{-5t}\cos 3t-sht\cos t+t^4;$	б) $f(t)=\cos(4t+2)$
23	а) $f(t)=e^{3t}\sin 4t+\sin^2 t-1;$	б) $f(t)=t^2ch2t$
24	а) $f(t)=e^{-5t}\cos 3t-\cos 2t\sin 3t+4;$	б) $f(t)=t^2e^t$
25	а) $f(t)=e^{2t}\sin 2t\cos 3t+sh2t\cos 2t;$	б) $f(t)=\int\limits_0^t \cos 4\tau d\tau$
26	а) $f(t)=3\sin 2t-2cht+t\cos 3t;$	б) $f(t)=\dfrac{sh2t}{t}$
27	а) $f(t)=3\sin t-2sh3t+ch2t\sin 2t;$	б) $f(t)=t^2\sin 2t$
28	а) $f(t)=2\cos 4t-3ch3t+e^{-t}\sin 2t;$	б) $f(t)=\sin^2 2t$
29	а) $f(t)=2sh2t\cos 3t-\sin t\sin 2t;$	б) $f(t)=\dfrac{sh3t}{4t}$
30	а) $f(t)=e^{-2t}\sin 2t\cos 3t+t^2-2;$	б) $f(t)=t\sin 2t$

31	а) $f(t)=5\sin 3t-4ch2t+t\cos 2t;$	б) $f(t)=\frac{sht}{2t}$
32	а) $f(t)=2\sin 4t-3sh2t+ch3t\sin 2t;$	б) $f(t)=t^2\sin 4t$
33	а) $f(t)=3\cos 5t-4ch5t+e^{-5t}\sin 3t;$	б) $f(t)=\sin\left(2t-\frac{\pi}{3}\right)$
34	а) $f(t)=2sh3t\cos 4t+\sin 2t\sin 3t;$	б) $f(t)=\frac{3sh2t}{t}$
35	а) $f(t)=e^{-3t}\sin 2t\cos 2t+2t-4;$	б) $f(t)=t\sin 5t$
36	а) $f(t)=5\sin 3t-4ch2t+t\cos 2t;$	б) $f(t)=\frac{sht}{2t}$
37	а) $f(t)=2\sin 4t-3sh2t+ch3t\sin 2t;$	б) $f(t)=t^2\sin 4t$
38	а) $f(t)=3\cos 5t-4ch5t+e^{-5t}\sin 3t;$	б) $f(t)=\sin\left(2t-\frac{\pi}{3}\right)$
39	а) $f(t)=sh3t\cos 4t+\sin 2t\sin 3t;$	б) $f(t)=\frac{3sh2t}{t}$
40	а) $f(t)=e^{-3t}\sin 2t\cos 2t+2t-4;$	б) $f(t)=t\sin 5t$
41	а) $f(t)=5\sin 3t-4ch2t+t\cos 2t;$	б) $f(t)=\frac{sht}{2t}$
42	а) $f(t)=2\sin 4t-3sh2t+ch3t\sin 2t;$	б) $f(t)=t^2\sin 4t$
43	а) $f(t)=3\cos 5t-4ch5t+e^{-5t}\sin 3t;$	б) $f(t)=\sin\left(2t-\frac{\pi}{3}\right)$
44	а) $f(t)=2sh3t\cos 4t+\sin 4t\sin 3t;$	б) $f(t)=\frac{3sh2t}{t}$
45	а) $f(t)=e^{-3t}\sin 2t\cos 2t+2t-4;$	б) $f(t)=t\sin 5t$
46	а) $f(t)=5\sin 3t-4ch2t+t\cos 2t;$	б) $f(t)=\frac{sht}{2t}$
47	а) $f(t)=2\sin 4t-3sh2t+ch3t\sin 2t;$	б) $f(t)=t^2\sin 4t$
48	а) $f(t)=3\cos 5t-4ch5t+e^{-5t}\sin 3t;$	б) $f(t)=\sin\left(2t-\frac{\pi}{3}\right)$

49	а) $f(t)=2sh3t\cos 3t+\sin 2t\sin 3t;$	б) $f(t)=\dfrac{3sh2t}{t}$
50	а) $f(t)=e^{-3t}\sin 2t\cos 2t+3t-4;$	б) $f(t)=t\sin 5t$

2. Знайти оригінал $f(t)$ за відомим зображенням $F(p)$:

1	а) $F(p)=\dfrac{2-p}{(p-1)(p^2-4p+5)}$	б) $F(p)=\dfrac{3p+7}{p^2-4}$
2	а) $F(p)=\dfrac{2-p}{p^3-2p^2+5p}$	б) $F(p)=\dfrac{2p-5}{p^2-9}$
3	а) $F(p)=\dfrac{2-3p}{(p-2)(p^2-4p+5)}$	б) $F(p)=\dfrac{3p-7}{p^2+16}$
4	а) $F(p)=\dfrac{1-p}{p(p^2+3p+3)}$	б) $F(p)=\dfrac{5p+6}{p^2-9}$
5	а) $F(p)=\dfrac{5}{(p-1)(p^2+4p+5)}$	б) $F(p)=\dfrac{3p-4}{p^2+9}$
6	а) $F(p)=\dfrac{1}{(p-2)(p^2+2p+3)}$	б) $F(p)=\dfrac{5p+3}{p^2+4}$
7	а) $F(p)=\dfrac{1}{p^3-1}$	б) $F(p)=\dfrac{p+3}{p^2-25}$
8	а) $F(p)=\dfrac{1}{p^3(p^2-4)}$	б) $F(p)=\dfrac{p+2}{p^2-1}$
9	а) $F(p)=\dfrac{3p+2}{(p+1)(p^2+4p+5)}$	б) $F(p)=\dfrac{3p+2}{(p+1)^2}$
10	а) $F(p)=\dfrac{p+5}{(p+1)(p^2-2p+5)}$	б) $F(p)=\dfrac{2p-1}{p^2+3}$
11	а) $F(p)=\dfrac{p+4}{p^2+4p+5}$	б) $F(p)=\dfrac{3}{p^3-8}$
12	б) $F(p)=\dfrac{4}{p^3+8}$	б) $F(p)=\dfrac{p^2}{(p+2)(p-1)^2}$

13	а) $F(p)=\frac{p+4}{(p+1)(p^2+4p+5)}$	б) $F(p)=\frac{p^2+4}{p^3-8}$
14	а) $F(p)=\frac{1}{p(p^2+1)^2}$	б) $F(p)=\frac{p}{3p^2+4p+1}$
15	а) $F(p)=\frac{p}{(p+1)(p^2+p+1)}$	б) $F(p)=\frac{p^2}{(p+2)(p-1)^2}$
16	а) $F(p)=\frac{3p-2}{(p-1)(p^2-6p+10)}$	б) $F(p)=\frac{5p+3}{p^2+4}$
17	а) $F(p)=\frac{2}{(p+1)(p^2+2p+2)}$	б) $F(p)=\frac{3p+2}{p^2-2p+5}$
18	а) $F(p)=\frac{2p+3}{(p-1)(p^2-p+1)}$	б) $F(p)=\frac{p}{p^2+p-1}$
19	а) $F(p)=\frac{2p+1}{(p+1)(p^2+2p+3)}$	б) $F(p)=\frac{3p+2}{p(p+1)^2}$
20	а) $F(p)=\frac{p}{(p^2+4p+8)^2}$	б) $F(p)=\frac{p-4}{p^2+4}$
21	а) $F(p)=\frac{5p}{(p+2)(p^2-2p+2)}$	б) $F(p)=\frac{p}{p^2-4}$
22	а) $F(p)=\frac{p}{(p^2+1)(p^2+2)}$	б) $F(p)=\frac{2p+3}{p^2-4p+3}$
23	а) $F(p)=\frac{p}{(p^2+1)(p^2-2)}$	б) $F(p)=\frac{3}{p^3-8}$
24	а) $F(p)=\frac{1}{p(p^3+1)}$	б) $F(p)=\frac{2p}{p^2+4p+8}$
25	а) $F(p)=\frac{1}{p^3+p^2+p}$	б) $F(p)=\frac{3}{p^4+16}$
26	а) $F(p)=\frac{p}{(p^2+1)(p^2+4)}$	б) $F(p)=\frac{p-2}{p^2-9}$

27	а) $F(p)=\dfrac{1}{p^5+p^3}$	б) $F(p)=\dfrac{p-3}{p^2+4p+8}$
28	а) $F(p)=\dfrac{6}{p^3-8}$	б) $F(p)=\dfrac{p}{p^3+4p}$
29	а) $F(p)=\dfrac{p+3}{p^3+2p^2+3p}$	б) $F(p)=\dfrac{3p-2}{p^2(p+3)}$
30	а) $F(p)=\dfrac{4p+5}{(p-2)(p^2+4p+5)}$	б) $F(p)=\dfrac{3p-1}{p^3+8}$
31	а) $F(p)=\dfrac{2-p}{(p-1)(p^2-4p+5)}$	б) $F(p)=\dfrac{3p+7}{p^2-4}$
32	а) $F(p)=\dfrac{2-p}{p^3-2p^2+5p}$	б) $F(p)=\dfrac{2p-5}{p^2-9}$
33	а) $F(p)=\dfrac{2-3p}{(p-2)(p^2-4p+5)}$	б) $F(p)=\dfrac{3p-7}{p^2+16}$
34	а) $F(p)=\dfrac{1-p}{p(p^2+3p+3)}$	б) $F(p)=\dfrac{5p+6}{p^2-9}$
35	а) $F(p)=\dfrac{5}{(p-1)(p^2+4p+5)}$	б) $F(p)=\dfrac{3p-4}{p^2+9}$
36	а) $F(p)=\dfrac{1}{(p-2)(p^2+2p+3)}$	б) $F(p)=\dfrac{5p+3}{p^2+4}$
37	а) $F(p)=\dfrac{1}{p^3-1}$	б) $F(p)=\dfrac{p+3}{p^2-25}$
38	а) $F(p)=\dfrac{1}{p^3(p^2-4)}$	б) $F(p)=\dfrac{p+2}{p^2-1}$
39	а) $F(p)=\dfrac{3p+2}{(p+1)(p^2+4p+5)}$	б) $F(p)=\dfrac{3p+2}{(p+1)^2}$
40	а) $F(p)=\dfrac{p+5}{(p+1)(p^2-2p+5)}$	б) $F(p)=\dfrac{2p-1}{p^2+3}$
41	а) $F(p)=\dfrac{p+4}{p^2+4p+5}$	б) $F(p)=\dfrac{3}{p^3-8}$

42	*б*) $F(p)=\dfrac{4}{p^3+8}$	*б*) $F(p)=\dfrac{p^2}{(p+2)(p-1)^2}$
43	*а*) $F(p)=\dfrac{p+4}{(p+1)(p^2+4p+5)}$	*б*) $F(p)=\dfrac{p^2+4}{p^3-8}$
44	*а*) $F(p)=\dfrac{1}{p(p^2+1)^2}$	*б*) $F(p)=\dfrac{p}{3p^2+4p+1}$
45	*а*) $F(p)=\dfrac{p}{(p+1)(p^2+p+1)}$	*б*) $F(p)=\dfrac{p^2}{(p+2)(p-1)^2}$
46	*а*) $F(p)=\dfrac{3p-2}{(p-1)(p^2-6p+10)}$	*б*) $F(p)=\dfrac{5p+3}{p^2+4}$
47	*а*) $F(p)=\dfrac{2}{(p+1)(p^2+2p+2)}$	*б*) $F(p)=\dfrac{3p+2}{p^2-2p+5}$
48	*а*) $F(p)=\dfrac{2p+3}{(p-1)(p^2-p+1)}$	*б*) $F(p)=\dfrac{p}{p^2+p-1}$
49	*а*) $F(p)=\dfrac{2p+1}{(p+1)(p^2+2p+3)}$	*б*) $F(p)=\dfrac{3p+2}{p(p+1)^2}$
50	*а*) $F(p)=\dfrac{p}{(p^2+4p+8)^2}$	*б*) $F(p)=\dfrac{p-4}{p^2+4}$

Індивідуальне завдання до розділу 2.3

Операційним методом розв′язати задачу Коші

1\. *а*) $y''+y=6e^{-t}$, $y(0)=3;\ y'(0)=1$ *б*) $x'''-2x''+x'=4$, $x(0)=1;\ x'(0)=2;\ x''(0)=-2$

2\. *а*) $y''-y'=t^2$, $y(0);\ y'(0)=1$ *б*) $x'''+x'=e^{2t}$, $x(0)=1;\ x'(0)=-1;\ x''(0)=2$

3\. *а*) $y''+y'=t^2+2t$, $y(0)=0;\ y'(0)=-2$ *б*) $x^{IV}+x'''=\cos t$, $x(0)=x'(0)=x''(0)=0;\ x'''(0)=2$

4. *а*) $\begin{array}{l} y'' - y = \cos 3t \\ y(0)=1;\ y'(0)=1 \end{array}$ *б*) $\begin{array}{l} x''' - -2x'' + x' = sht \\ x(0)=0;\ x'(0)=-1;\ x''(0)=1 \end{array}$

5. *а*) $\begin{array}{l} y'' + y' + y = 7e^{2t} \\ y(0)=1;\ y'(0)=4 \end{array}$ *б*) $\begin{array}{l} 4x''' - 8x'' - x' - 3x = -8e^{t} \\ x(0)=x'(0)=x''(0)=1 \end{array}$

6. *а*) $\begin{array}{l} y'' + y' - 2y = -2(t+1) \\ y(0)=1;\ y'(0)=1 \end{array}$ *б*) $\begin{array}{l} x''' - 4x' = 3 \\ x(0)=0;\ x'(0)=-1;\ x''(0)=1 \end{array}$

7. *а*) $\begin{array}{l} y'' - 9y = \sin t - \cos t \\ y(0)=-3;\ y'(0)=2 \end{array}$ *б*) $\begin{array}{l} x''' - x' = 4 \\ x(0)=x'(0)=x''(0)=1 \end{array}$

8. *а*) $\begin{array}{l} y'' + 2y' = 2 + e^{t} \\ y(0)=1;\ y'(0)=2 \end{array}$ *б*) $\begin{array}{l} x^{IV} + x''' = e^{t} \\ x(0)=x'(0)=-1;\ x''(0)=x'''(0)=0 \end{array}$

9. *а*) $\begin{array}{l} 2y'' - y' = \sin 3t \\ y(0)=2;\ y'(0)=1 \end{array}$ *б*) $\begin{array}{l} x''' + 2x'' - 3x = \sin t \\ x(0)=x'(0)=0;\ x''(0)=-2 \end{array}$

10. *а*) $\begin{array}{l} y'' + 2y' = \sin\dfrac{t}{2} \\ y(0)=-2;\ y'(0)=4 \end{array}$ *б*) $\begin{array}{l} x''' + 4x = 4e^{2t} + 4t^{2} \\ x(0)=1;\ x'(0)=2 \end{array}$

11. *а*) $\begin{array}{l} y'' + y = sht \\ y(0)=2;\ y'(0)=1 \end{array}$ *б*) $\begin{array}{l} x''' - x'' = e^{t} \\ x(0)=1;\ x'(0)=x''(0)=0 \end{array}$

12. *а*) $\begin{array}{l} y'' + 4y' + 29y = e^{-2t} \\ y(0)=0;\ y'(0)=1 \end{array}$ *б*) $\begin{array}{l} x''' - 2x'' + x' = 4 \\ x(0)=0;\ x'(0)=2;\ x''(0)=-2 \end{array}$

13. *а*) $\begin{array}{l} y'' - 3y' + 2y = e^{t} \\ y(0)=1;\ y'(0)=0 \end{array}$ *б*) $\begin{array}{l} x''' - 4x' = 3 \\ x(0)=0;\ x'(0)=-1;\ x''(0)=1 \end{array}$

14. *а*) $\begin{array}{l} 2y'' + 3y' + y = 3e^{t} \\ y(0)=0;\ y'(0)=1 \end{array}$ *б*) $\begin{array}{l} x'' - x' - 2x = \cos t \\ x(0)=x'(0)=0 \end{array}$

15. *а)* $\begin{array}{l} y'' - 2y' - 3y = 2t \\ y(0) = 1;\ y'(0) = 1 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x'' + x' = \sin t \\ x(0) = 4;\ x'(0) = -2 \end{array}$

16. *а)* $\begin{array}{l} y'' + 4y' = \sin 2t \\ y(0) = 0;\ y'(0) = 1 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x'' + 3x' + 2x = 0 \\ x(0) = 0;\ x'(0) = 1 \end{array}$

17. *а)* $\begin{array}{l} 2y'' + 5y' = 29\cos t \\ y(0) = -1;\ y'(0) = 0 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x'' + x' = t^2 + 2t \\ x(0) = 4;\ x'(0) = -2 \end{array}$

18. *а)* $\begin{array}{l} y'' + y' + y = t^2 + t \\ y(0) = 1;\ y'(0) = -3 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x'' + x = e^t \\ x(0) = 1;\ x'(0) = 1 \end{array}$

19. *а)* $\begin{array}{l} y'' + 4y' = 8\sin 2t \\ y(0) = 3;\ y'(0) = -1 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x'' + x' = t^2 + 2 \\ x(0) = 2;\ x'(0) = -1 \end{array}$

20. *а)* $\begin{array}{l} y'' - y' - 6y = 2 \\ y(0) = 1;\ y'(0) = 0 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x'' + x' = e^{2t} \\ x(0) = 1;\ x'(0) = 0 \end{array}$

21. *а)* $\begin{array}{l} y'' + 4y = 4(e^{2t} + t^2) \\ y(0) = 1;\ y'(0) = 2 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} 2x'' + 5x' = 29\cos t \\ x(0) = -1;\ x'(0) = 0 \end{array}$

22. *а)* $\begin{array}{l} y'' + 4y' + 4y = t^3 e^{2t} \\ y(0) = 1;\ y'(0) = 2 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x'' + 9x = e^t \\ x(0) = x'(0) = 0 \end{array}$

23. *а)* $\begin{array}{l} y'' - 3y' + 2y = 12e^{3t} \\ y(0) = 2;\ y'(0) = 6 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x'' + 3x' + 2x = 0 \\ x(0) = 1;\ x'(0) = 0 \end{array}$

24. *а)* $\begin{array}{l} y'' + 4y = 3\sin t + 10\cos 3t \\ y(0) = -2;\ y'(0) = 3 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x'' + 4x' = e^{2t} \\ x(0) = 0;\ x'(0) = 1 \end{array}$

25. *а)* $\begin{array}{l} y'' + 2y' + 10y = 2e^{-t}\cos 3t \\ y(0) = 5;\ y'(0) = 1 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x''' + x' = t \\ x(0) = x'(0) = x''(0) = 0 \end{array}$

26. *а)* $\begin{array}{l} y'' + 3y' - 10y = 47\cos 3t - \sin 3t \\ y(0) = 3;\ y'(0) = -1 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x''' - 2x'' + x' = sh\ t \\ x(0) = 0;\ x'(0) = -1;\ x(0) = 1 \end{array}$

27. *а)* $\begin{array}{l} y'' + y' - 2y = e^{-t} \\ y(0) = -1;\ y'(0) = 0 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x'' + 4x = 8\sin 2t \\ x(0) = 3;\ x'(0) = -1 \end{array}$

28. *а)* $\begin{array}{l} y'' - 2y' = e^t(t^2 + t - 3) \\ y(0) = 2;\ y'(0) = 2 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x'' - 2x' + 2x = 1 \\ x(0) = x'(0) = 0 \end{array}$

29. *а)* $\begin{array}{l} y'' + y = 2\cos t \\ y(0) = 0;\ y'(0) = 1 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x'' - 3x' + 2x = 12e^{3t} \\ x(0) = 2;\ x'(0) = 6 \end{array}$

30. *а)* $\begin{array}{l} y'' - 3y' + 2y = 2e^t \cos t/2 \\ y(0) = 1;\ y'(0) = 0 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x^{IV} + x''' = \cos t \\ x(0) = x'(0) = x''(0) = x'''(0) = 0 \end{array}$

31. *а)* $\begin{array}{l} y'' + y = 6e^{-t} \\ y(0) = 1;\ y'(0) = 3 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x''' - 2x'' + x' = 4 \\ x(0) = 1;\ x'(0) = 2;\ x''(0) = -2 \end{array}$

32. *а)* $\begin{array}{l} y'' - y' = t^2 \\ y(0);\ y'(0) = 1 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x''' + x' = e^{2t} \\ x(0) = 1;\ x'(0) = -1;\ x''(0) = 2 \end{array}$

33. *а)* $\begin{array}{l} y'' + y' = t^2 + 2t \\ y(0) = 0;\ y'(0) = -4 \end{array}$ б $\begin{array}{l} x^{IV} + x''' = \cos t \\ x(0) = x'(0) = x''(0) = 0;\ x'''(0) = 2 \end{array}$

34. *а)* $\begin{array}{l} y'' - y = \cos 3t \\ y(0) = 1;\ y'(0) = 1 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x''' - -2x'' + x' = sht \\ x(0) = 0;\ x'(0) = -1;\ x''(0) = 1 \end{array}$

35. *а)* $\begin{array}{l} y'' + y' + y = 7e^{2t} \\ y(0) = 1;\ y'(0) = 4 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} 4x''' - 8x'' - x' - 3x = -8e^t \\ x(0) = x'(0) = x''(0) = 1 \end{array}$

36 *а)* $\begin{array}{l} y'' + y' - 2y = -2(t+1) \\ y(0) = 1;\ y'(0) = -1 \end{array}$ *б)* $\begin{array}{l} x''' - 4x' = 3 \\ x(0) = 0;\ x'(0) = -1;\ x''(0) = 1 \end{array}$

37. а) $\begin{aligned} & y'' - 9y = \sin t - \cos t \\ & y(0) = -3;\ y'(0) = 2 \end{aligned}$ б) $\begin{aligned} & x''' - x' = 7 \\ & x(0) = x'(0) = x''(0) = 1 \end{aligned}$

38. а) $\begin{aligned} & y'' + 2y' = 2 + e^t \\ & y(0) = 2;\ y'(0) = 1 \end{aligned}$ б) $\begin{aligned} & x^{IV} + x''' = e^t \\ & x(0) = x'(0) = -1;\ x''(0) = x'''(0) = 0 \end{aligned}$

39. а) $\begin{aligned} & 2y'' - y' = \sin 3t \\ & y(0) = 2;\ y'(0) = 1 \end{aligned}$ б) $\begin{aligned} & x''' + 4x'' - 5x = \sin t \\ & x(0) = x'(0) = 0;\ x''(0) = -2 \end{aligned}$

40. а) $\begin{aligned} & y'' + 2y' = \sin \frac{t}{2} \\ & y(0) = 2;\ y'(0) = -4 \end{aligned}$ б) $\begin{aligned} & x''' + 4x = 4e^{2t} + 4t^2 \\ & x(0) = 1;\ x'(0) = 2 \end{aligned}$

41. а) $\begin{aligned} & y'' + y = sht \\ & y(0) = 1;\ y'(0) = 2 \end{aligned}$ б) $\begin{aligned} & x''' - x'' = e^t \\ & x(0) = 1;\ x'(0) = x''(0) = 0 \end{aligned}$

42. а) $\begin{aligned} & y'' + 4y' + 29y = e^{-2t} \\ & y(0) = 0;\ y'(0) = 1 \end{aligned}$ б) $\begin{aligned} & x''' - 2x'' + x' = 4 \\ & x(0) = 0;\ x'(0) = 2;\ x''(0) = -2 \end{aligned}$

43. а) $\begin{aligned} & y'' - 4y' + 3y = e^t \\ & y(0) = 1;\ y'(0) = 0 \end{aligned}$ б) $\begin{aligned} & x''' - 4x' = 3 \\ & x(0) = 0;\ x'(0) = -1;\ x''(0) = 1 \end{aligned}$

44. а) $\begin{aligned} & 2y'' + 3y' + y = 3e^t \\ & y(0) = 0;\ y'(0) = 1 \end{aligned}$ б) $\begin{aligned} & x'' - x' - 3x = \cos t \\ & x(0) = x'(0) = 0 \end{aligned}$

45. а) $\begin{aligned} & y'' - 2y' - 3y = 2t \\ & y(0) = 1;\ y'(0) = 1 \end{aligned}$ б) $\begin{aligned} & x'' + x' = \sin t \\ & x(0) = 4;\ x'(0) = -2 \end{aligned}$

46. а) $\begin{aligned} & y'' + 4y' = \sin 2t \\ & y(0) = 0;\ y'(0) = 1 \end{aligned}$ б) $\begin{aligned} & x'' + 4x' + 3x = 0 \\ & x(0) = 0;\ x'(0) = 1 \end{aligned}$

47 а) $\begin{aligned} & 3y'' + 6y' = 29\cos t \\ & y(0) = -1;\ y'(0) = 0 \end{aligned}$ б) $\begin{aligned} & x'' + x' = t^2 + 2t \\ & x(0) = 4;\ x'(0) = -2 \end{aligned}$

48. *а)* $\begin{matrix} y'' + y' + y = t^2 + t \\ y(0)=1;\ y'(0)=-3 \end{matrix}$ *б)* $\begin{matrix} x'' + x = e^t \\ x(0)=1;\ x'(0)=1 \end{matrix}$

49. *а)* $\begin{matrix} y'' + 4y' = 8\sin 2t \\ y(0)=3;\ y'(0)=-1 \end{matrix}$ *б)* $\begin{matrix} x'' + x' = t^2 + 3 \\ x(0)=2;\ x'(0)=-1 \end{matrix}$

50. *а)* $\begin{matrix} y'' - y' - 5y = 2 \\ y(0)=1;\ y'(0)=0 \end{matrix}$ *б)* $\begin{matrix} x'' + x' = e^{2t} \\ x(0)=1;\ x'(0)=0 \end{matrix}$

Індивідуальні завдання до розділу 2.4

Розв′язати операційним методом систему диференціальних рівнянь

1. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y + 2 \\ \dot{y} = x - y + 1 \end{cases}$ $x(0)=-1;\ y(0)=2$ *б)* $\begin{cases} \dot{x} - 2x + 2y = 10e^{2t} \\ \dot{y} - 2x + y = 7e^{2t} \end{cases}$ $x(0)=1;\ y(0)=3$

2. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = -x + 3y + 1 \\ \dot{y} = x + y \end{cases}$ $x(0)=1;\ y(0)=2$ *б)* $\begin{cases} \dot{x} + y = 0 \\ \dot{y} - 2x - 2y = 0 \end{cases}$ $x(0)=1;\ y(0)=1$

3. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = x + 4y \\ \dot{y} = 2x - y + 9 \end{cases}$ $x(0)=1;\ y(0)=0$ *б)* $\begin{cases} \dot{x} = y + z \\ \dot{y} = x + z \\ \dot{z} = x - y \end{cases}$ $x(0)=-1;\ y(0)=1;\ z(0)=0$

4. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 1 \\ \dot{y} = 4x - y \end{cases}$ $x(0)=0;\ y(0)=1$ *б)* $\begin{cases} \dot{x} + \dot{y} - y = e^t \\ 2x + \dot{y} - 2y = \cos t \end{cases}$ $x(0)=1;\ y(0)=1$

5. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 5y \\ \dot{y} = x - 2y + 2 \end{cases}$ $x(0)=1;\ y(0)=1$ *б)* $\begin{cases} \dot{x} - 2x - 4y = \cos t \\ \dot{y} + x + 2y = \sin t \end{cases}$ $x(0)=0;\ y(0)=0$

6. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 5y + 1 \\ \dot{y} = x + 2y + 1 \end{cases}$
$x(0) = -1;\ y(0) = 2$

б) $\begin{cases} \dot{x} - x + y = \sin t \\ \dot{y} + x - y = \cos t \end{cases}$
$x(0) = 1;\ y(0) = 3$

7. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = 3x + y \\ \dot{y} = -5x - 3y + 2 \end{cases}$
$x(0) = 2;\ y(0) = 0$

б) $\begin{cases} \dot{x} - 3x - y = 0 \\ \dot{y} - x - y = 2 \end{cases}$
$x(0) = 1;\ y(0) = 2$

8. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = -3x - 4y + 1 \\ \dot{y} = 2x + 3y \end{cases}$
$x(0) = 0;\ y(0) = 2$

б) $\begin{cases} \dot{x} + 2x - y = 0 \\ \dot{y} - 3x = 0 \end{cases}$
$x(0) = 0;\ y(0) = 1$

9. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 6y + 1 \\ \dot{y} = 2(x + y) \end{cases}$
$x(0) = 0;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} + 2x - 2y = e^t \\ x + \dot{y} + 2y = 1 \end{cases}$
$x(0) = 0;\ y(0) = 2$

10. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y + 1 \\ \dot{y} = 4x - 2y \end{cases}$
$x(0) = -1;\ y(0) = 0$

б) $\begin{cases} \dot{x} - 3x + 4y = 0 \\ \dot{y} - 2x + 2y = 0 \end{cases}$
$x(0) = 1;\ y(0) = 1$

11. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = 2x + y + 1 \end{cases}$
$x(0) = 0;\ y(0) = 5$

б) $\begin{cases} \ddot{x} + 3\ddot{y} - x = 0 \\ \dot{x} + 3\dot{y} - 2x = 0 \end{cases}$
$x(0) = x'(0) = 0$
$y(0) = 0;\ y(0) = -\dfrac{2}{3}$

12. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 2y \\ \dot{y} = -4x \end{cases}$
$x(0) = 3;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} - x - 2y = 0 \\ \dot{y} - 2x - y = 1 \end{cases}$
$x(0) = 0;\ y(0) = 4$

13. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = -x - 2y + 1 \\ \dot{y} = -\dfrac{3}{2}x + y \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 0$

б) $\begin{cases} \dot{x} - 3x - y = 0 \\ \dot{y} - 3x + 2y = 2 \end{cases}$ $x(0) = 2;\ y(0) = 1$

14. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = 3x + 5y + 2 \\ \dot{y} = 3x + y + 1 \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 2$

б) $\begin{cases} x + 3x + y = 0 \\ \dot{y} - x + y = 0 \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 1$

15. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y \\ \dot{y} = \dfrac{5}{2}x - y + 2 \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} + y = e^t \\ \dot{y} + x - 3y = \cos t \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 1$

16. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = 2y + 1 \\ \dot{y} = 2x + 3 \end{cases}$ $x(0) = -1;\ y(0) = 0$

б) $\begin{cases} \dot{x} + 3x + y = 0 \\ \dot{y} - x + y = 0 \end{cases}$ $x(0) = 2;\ y(0) = -2$

17. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 8y + 1 \\ \dot{y} = 3x + 4y \end{cases}$ $x(0) = 2;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} + 2x + 2y = 10e^{2t} \\ \dot{y} - 2x + y = 7e^{2t} \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 3$

18. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 2y + 2 \\ \dot{y} = 4y + 1 \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} + 3x + y = 0 \\ \dot{y} - x + y = 0 \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 1$

19. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = 4x + y + 1 \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 0$

б) $\begin{cases} \dot{x} - x + y = \sin t \\ \dot{y} + x - y = \cos t \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 0$

20. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = x - 2y + 1 \\ \dot{y} = -3x \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} - 3x + 4y = 0 \\ \dot{y} - 2x + 2y = 0 \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 1$

21. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = 3y + 2 \\ \dot{y} = x + 2y \end{cases}$ $x(0) = -1;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} + 2x - 2y = \cos t \\ \dot{y} + x + y = e^t \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 0$

22. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = x + 4y + 1 \\ \dot{y} = 2x + 3y \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} - x - 2y = 0 \\ \dot{y} - 2x - y = 1 \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 4$

23. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = 2y \\ \dot{y} = 2x + 3y + 1 \end{cases}$ $x(0) = 2;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} - x - 2y = 0 \\ \dot{y} + x - y = 0 \end{cases}$ $x(0) = 5;\ y(0) = 1$

24. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = -2x + y + 2 \\ \dot{y} = 3x \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 0$

б) $\begin{cases} \dot{x} + 3x + y = 0 \\ \dot{y} - x + y = 0 \end{cases}$ $x(0) = 2;\ y(0) = 3$

25. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = 4x + 3 \\ \dot{y} = x + 2y \end{cases}$ $x(0) = -1;\ y(0) = 0$

б) $\begin{cases} \dot{x} - 3x + 2y = 0 \\ \dot{y} - 2x - y = 0 \end{cases}$ $x(0) = 2;\ y(0) = 2$

26. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = y + 3 \\ \dot{y} = x + 2 \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 0$

б) $\begin{cases} \dot{x} - x - 2y = 0 \\ \dot{y} - 2x - y = 1 \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 5$

27. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y + 3 \\ \dot{y} = x - y + 1 \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} - 3x - y = 0 \\ \dot{y} - x - y = 2 \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 0$

28. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = -x - 3y + 2 \\ \dot{y} = x + y + 1 \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} = y + z \\ \dot{y} = z + x \end{cases}$ $x(0) = -1;\ y(0) = 1;\ z(0) = 0$

29. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = 3y \\ \dot{y} = 3x + 1 \end{cases}$ $x(0) = 2;\ y(0) = 0$

б) $\begin{cases} \dot{x} + \dot{y} - y = e^t \\ 2\dot{x} + \dot{y} - 2y = \cos t \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 1$

30. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = x + 3y \\ \dot{y} = x - y \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 0$

б) $\begin{cases} \dot{x} - 2x - 4y = \cos t \\ \dot{y} + x + 2y = \sin t \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 0$

31. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = x + 4y + 2 \\ \dot{y} = x - y + 1 \end{cases}$ $x(0) = -1;\ y(0) = 2$

б) $\begin{cases} \dot{x} - 2x + 2y = 10e^{2t} \\ \dot{y} - 2x + y = 7e^{2t} \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 3$

32. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = -x + 3y - 1 \\ \dot{y} = x + y \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 2$

б) $\begin{cases} \dot{x} + y = 0 \\ \dot{y} - 2x - 2y = 0 \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 1$

33. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = x + 4y \\ \dot{y} = 3x - y + 9 \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 0$

б) $\begin{cases} \dot{x} = y + z \\ \dot{y} = x + z \\ \dot{z} = x - y \end{cases}$ $x(0) = -1;\ y(0) = 1;\ z(0) = 0$

34. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 1 \\ \dot{y} = 5x - y \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} + \dot{y} - y = e^t \\ 2x + \dot{y} - 2y = \cos t \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 1$

35. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 5y \\ \dot{y} = x - 2y + 2 \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} - 2x + 4y = \cos t \\ \dot{y} + x + 2y = \sin t \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 0$

36. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 5y + 1 \\ \dot{y} = x + 6y + 1 \end{cases}$ $x(0) = -1;\ y(0) = 2$

б) $\begin{cases} \dot{x} - x + y = \sin t \\ \dot{y} + x - y = \cos t \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 3$

37. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = 3x + y \\ \dot{y} = -5x - 3y + 2 \end{cases}$ $x(0) = 2;\ y(0) = 0$

б) $\begin{cases} \dot{x} - 4x - y = 0 \\ \dot{y} - x - y = 2 \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 2$

38. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = -3x - 5y + 1 \\ \dot{y} = 2x + 3y \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 2$

б) $\begin{cases} \dot{x} + 2x - y = 0 \\ \dot{y} - 3x = 0 \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 1$

39. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 6y + 1 \\ \dot{y} = 2(x + y) \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} + 2x - 2y = e^t \\ x + \dot{y} + 2y = 1 \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 6$

40. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y + 1 \\ \dot{y} = 4x - 2y \end{cases}$ $x(0) = -1;\ y(0) = 0$

б) $\begin{cases} \dot{x} - 3x + 4y = 0 \\ \dot{y} - 2x + 2y = 0 \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 1$

41. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = 3x + y + 1 \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 5$

б) $\begin{cases} \ddot{x} + 3\ddot{y} - x = 0 \\ \dot{x} + 3\dot{y} - 2x = 0 \end{cases}$ $x(0) = x'(0) = 0$

$y(0) = 0;\ y(0) = -\frac{2}{3}$

42. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 2y \\ \dot{y} = -4x \end{cases}$ $x(0) = 3;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} - x - 3y = 0 \\ \dot{y} - 2x - y = 1 \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 4$

43. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = -x - 5y + 1 \\ \dot{y} = -\frac{3}{2}x + y \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 0$

б) $\begin{cases} \dot{x} - 3x - y = 0 \\ \dot{y} - 3x + 2y = 2 \end{cases}$ $x(0) = 2;\ y(0) = 1$

44. *а)* $\begin{cases} \dot{x} = 3x + 5y + 2 \\ \dot{y} = 3x + y + 1 \end{cases}$ $x(0) = 0;\ y(0) = 2$

б) $\begin{cases} x - 4x + y = 0 \\ \dot{y} - x + y = 0 \end{cases}$ $x(0) = 1;\ y(0) = 1$

45. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y \\ \dot{y} = \dfrac{5}{2}x - y + 8 \end{cases}$
$x(0) = 0;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} + y = e^t \\ \dot{y} + x - 3y = \cos t \end{cases}$
$x(0) = 1;\ y(0) = 1$

46. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = 2y + 1 \\ \dot{y} = 2x + 3 \end{cases}$
$x(0) = -1;\ y(0) = 0$

б) $\begin{cases} \dot{x} + 3x + y = 0 \\ \dot{y} - x + y = 0 \end{cases}$
$x(0) = 2;\ y(0) = -2$

47. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 8y + 1 \\ \dot{y} = 3x + 7y \end{cases}$
$x(0) = 2;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} + 2x + 2y = 10e^{2t} \\ \dot{y} - 2x + y = 7e^{2t} \end{cases}$
$x(0) = 1;\ y(0) = 3$

48. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 2y + 2 \\ \dot{y} = 4y - 1 \end{cases}$
$x(0) = 0;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} + 3x + y = 0 \\ \dot{y} - x + y = 0 \end{cases}$
$x(0) = 1;\ y(0) = 1$

49. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = 4x + y + 1 \end{cases}$
$x(0) = 1;\ y(0) = 0$

б) $\begin{cases} \dot{x} - x + y = \sin t \\ \dot{y} + x - y = \cos t \end{cases}$
$x(0) = 0;\ y(0) = 0$

50. *а*) $\begin{cases} \dot{x} = x - 3y + 1 \\ \dot{y} = -3x \end{cases}$
$x(0) = 0;\ y(0) = 1$

б) $\begin{cases} \dot{x} - 5x + 4y = 0 \\ \dot{y} - 2x + 2y = 0 \end{cases}$
$x(0) = 1;\ y(0) = 1$

ВИСНОВКИ

Методичні вказівки призначені для студентів напряму 6.050101-комп'ютерні науки заочної форми навчання.

Приведена технологічна карта для дисципліни «Операційне обчислення».

Розглянуті основні питання дисципліни «Операційне обчислення»: теорія комплексної змінної, перетвір Лапласа, рішення операційними методами звичайних диференціальних рівнянь та систем звичайних диференціальних рівнянь..

Наведено короткі відомості з основних розділів операційного обчислення.

Матеріал, який викладено, призначений для самостійної роботи студентів заочної форми навчання і може бути використаний для виконання контрольної роботи з дисципліни «Операційне обчислення».

Рекомендована література

1. Диткин в.А., Прудниіков А.П. Операционное исчисление. – М.: Вышая школа, 1975.-406с.
2. Ефимов Е.М. Математический анализ (специальны разделы, Т.1.-М.: Вышая школа, 1980.-279с.
3. Мартыненко В.С. Операционное исчисление.-К.: Высшая школа, 1990.-477с.
4. Шелковников Ф.А., Такайшвили К.Г. Сборник упражнений по операционному исчислению.-Высшая школа, 1968.-249с.
5. Штокало И.З. Операционное исчисление.- К.: Издательство "Наукова думка", 1972.
6. Штокало И.З. Операционніе методі и их развитие в теории линейніх дифференциальніх уравнений с переменніми коєффициентами.-К.: Издательство Академии наук УССР, 1961.
7. Ангиенко И.М., Козлов Р.В. Задачи по теории комплексной переменнй.-Минск: Вісшая школа, 1970.