

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНА МЕТАЛУРГІЙНА АКАДЕМІЯ УКРАЇНИ**



**РОБОЧА ПРОГРАМА,  
методичні вказівки та індивідуальні завдання  
до вивчення дисципліни  
«Моделювання та оптимізація технічних систем»  
для студентів напрямку 6.050403 –  
інженерне матеріалознавство**

**Дніпропетровськ НМетАУ 2015**

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНА МЕТАЛУРГІЙНА АКАДЕМІЯ УКРАЇНИ**

**РОБОЧА ПРОГРАМА,  
методичні вказівки та індивідуальні завдання  
до вивчення дисципліни  
«Моделювання та оптимізація технічних систем»  
для студентів напрямку 6.050403 –  
інженерне матеріалознавство**

УДК 519.863

Робоча програма, методичні вказівки та індивідуальні завдання до вивчення дисципліни «Моделювання технічних систем» для студентів напрямку 6.050403 – інженерне матеріалознавство / Укл.: С.Й. Пінчук, О.М. Левко. – Дніпропетровськ: НМетАУ, 2015 – 27 с.

Викладені питання навчальної програми дисципліни, надані методичні вказівки до вивчення матеріалу кожної теми та індивідуальні завдання для контролю якості засвоєння тем. Наведені методичні вказівки до виконання контрольної роботи, а також варіанти індивідуальних завдань.

Призначена для студентів напрямку 6.050403 – інженерне матеріалознавство заочної форми навчання.

Укладачі С.Й. Пінчук, д-р техн. наук, проф.  
О.М. Левко, канд. техн. наук, доц.

Відповідальна за випуск С.Й. Пінчук, д-р техн. наук, проф.

Рецензент В.А. Гладких, д-р техн. наук, проф.

Підписано до друку 18.05.2015. Формат 60x84 1/16. Папір друк. Друк плоский.  
Облік.-вид. арк. 1,58. Умов. друк. арк. 1,56. Тираж 100 пр. Замовлення № 85

Національна металургійна академія України  
49600, м. Дніпропетровськ-5, пр. Гагаріна, 4

Редакційно-видавничий відділ НМетАУ

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1. РОБОЧА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ «МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ».....	5
2. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ПРОГРАМИ.....	5
2.1. ЛЕКЦІЇ.....	5
2.2. ЛАБОРАТОРНІ РОБОТИ.....	6
3. ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ.....	6
3.1. ЗМІСТ І СТРУКТУРА ЗАВДАННЯ. КРИТЕРІЇ ОЦІНКИ.....	6
3.2. РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИБОРУ ВАРІАНТІВ ТА ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ.....	7
3.3. ТЕМАТИЧНА ЧАСТИНА (ПИТАННЯ).....	10
3.4. РОЗРАХУНКОВА ЧАСТИНА («СИНТЕЗ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЙНОЇ МОДЕЛІ»).....	19
3.5. ПРИКЛАД СИНТЕЗУ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЙНОЇ МОДЕЛІ.....	20
ЛІТЕРАТУРА.....	27

## ВСТУП

Навчальна дисципліна «**Моделювання та оптимізація технічних систем**» є нормативною і входить до циклу дисциплін професійно-практичної підготовки.

**Мета вивчення дисципліни** – опанування та засвоєння знань щодо моделювання процесів металознавства та матеріалознавства, розв’язання завдань щодо синтезу та практичного застосування моделей матеріалознавства.

Результатом вивчення студентом дисципліни має бути:

**знання:**

- особливостей моделювання при вирішенні задач металознавства та матеріалознавства;
- основ фізичного та математичного моделювання;
- основ організації та проведення активного експерименту;
- головних ознак об’єктів оптимального управління;

**вміння:**

- самостійно синтезувати поліноміальні моделі систем металознавства та матеріалознавства за даними активного експерименту та визначати оптимальні умови функціонування систем металознавства та матеріалознавства;
- вирішувати задачі оптимізації систем за даними експерименту.

**Критерії успішності** – отримання позитивних оцінок при виконанні індивідуального завдання й лабораторних робіт та при їх захисті.

**Засоби діагностики успішності навчання** – варіанти індивідуальних завдань, що є вхідною інформацією для виконання контрольної роботи, а також захист лабораторних робіт.

**Зв’язок з іншими дисциплінами** – дисципліна є однією з теоретичних курсів при підготовці спеціалістів та магістрів за напрямом «Інженерне матеріалознавство» (спеціалізації «Матеріалознавство», «Металознавство» та «Композиційні і порошкові матеріали, покриття»). Вивчення матеріалу дисципліни базується на знаннях з дисциплін «Основи наукових досліджень» і «Прикладна математика».

Набуті знання і вміння використовуються при Державній атестації бакалаврів і вивченні спеціальних дисциплін при подальшому навчанні на ОКР

«спеціаліст» і «магістр» за спеціальностями, відповідними напрямку – «Інженерне матеріалознавство».

## **1. РОБОЧА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ «МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ»:**

	Усього	Семестр IX
Усього годин за навчальним планом	144	144
у тому числі:		
аудиторні заняття	24	24
з них:		
Лекції	16	16
Лабораторні роботи	8	8
Самостійна робота, усього	120	120
Контрольна робота	1	1
Підсумковий контроль	екзамен	екзамен

## **2. ЗМІСТ НАВЧАЛЬНОЇ ПРОГРАМИ**

### **Теми та зміст лекцій**

#### **2.1. ЛЕКЦІЇ (16 годин)**

***Тема 1. Вступ. Загальні відомості про моделювання. Фізичне та математичне моделювання технічних систем (4 години)***

Основні поняття. Класифікація моделей. Особливості моделювання в науковому пізнанні. Особливості моделювання в рішенні прикладних задач. Роль пасивного та активного експерименту при моделюванні і виконанні процесів оптимального керування. Основні признаки об'єктів оптимального керування.

***Тема 2. Основні принципи організації та первинного опрацювання даних експерименту (4 години)***

Загальні положення, ефективність експерименту. Похибки вимірювань в експерименті. Елементи математичної статистики. Методи первинного опрацювання експериментальних даних.

***Тема 3. Основні принципи побудови регресійних моделей за даними експерименту (4 години)***

Парна кореляція і регресія. Визначення параметрів лінійної моделі (рівняння прямої лінії за даними пасивного експерименту). Оцінка щільності лінійного кореляційного зв'язку змінних. Оцінка похибки визначення значень залежної змінної за рівнянням регресії. Коефіцієнт детермінації. Перевірка адекватності рівняння регресії експериментальним даним. Три показники кореляції та регресії, їх значення і застосування.

***Тема 4. Організація активного експерименту (4 години)***

Загальні положення. Планування і критерії оптимальності планів експерименту. Факторний експеримент. Плани першого та другого порядку. Прийняття рішень за планами другого порядку.

## **2.2. ЛАБОРАТОРНІ ЗАНЯТТЯ (8 годин)**

1. Приклад первинного опрацювання експериментальних даних.
2. Приклад синтезу лінійної регресійної моделі.

## **3. ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ**

### **3.1. ЗМІСТ І СТРУКТУРА ЗАВДАННЯ. КРИТЕРІЇ ОЦІНКИ**

Дисципліна «Моделювання та оптимізація технічних систем» включає теми, що містять відомості про фізичне і математичне моделювання, основні принципи організації та первинного опрацювання даних експерименту, основні принципи побудови регресійних моделей за даними експерименту.

З метою закріплення матеріалу, розглянутого під час лекційних і лабораторних занять, а також самостійно вивчених матеріалів за розділами, студент самостійно виконує індивідуальне завдання.

Індивідуальні завдання за змістом охоплюють розділи теоретичного курсу дисципліни і відповідають робочій програмі. Варіанти індивідуальних завдань містять питання, що згруповані за темами:

1 – загальні відомості про моделювання. Фізичне та математичне моделювання технічних систем;

2 – основні принципи організації та первинного опрацювання даних експерименту;

3 – основні принципи побудови регресійних моделей за даними експерименту;

4 – організація активного експерименту.

Кожна тема містить питання, що нумеруються самостійно і послідовно, починаючи з першого, залежно від їх кількості. Розв'язання потребує від студента знання основного програмного матеріалу й здатності до його творчого осмислення.

До складу кожного варіанта індивідуального завдання входить 9 тематичних питань, а також розрахункова частина, що наведені в розділі 3.3 Тематична частина та розділі 3.4. Розрахункова частина відповідно.

Кожен студент при виконанні контрольної роботи отримує індивідуальне завдання, варіант якого визначається порядковим номером студента в журналі академічної групи.

## **3.2. РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИБОРУ ВАРІАНТІВ ТА ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ**

Для вибору варіанта та номерів тематичних питань користуйтеся таблицею 3.1. За цими номерами знайдіть питання у відповідній темі і дайте відповіді. Зверніть увагу на наступне.

При оформленні роботи за індивідуальним завданням складіть таблицю (аналогічну таблиці 3.1), в яку занесіть номери тематичних питань Вашого варіанта. Відповіді дайте, вказавши назву й номери теми та питання. Відповіді повинні бути достатньо повними, супроводжуватися поясненнями і зазначенням переліку використаної літератури або сайтів мережі Інтернет. Список літератури та сайтів повинен бути наведений в кінці роботи у порядку посилань на них (в тексті порядковий номер посилання беруть у квадратні дужки).



В таблиці 3.2. оберіть вихідні дані для розрахункової частини роботи згідно із обраним варіантом завдання. Розрахункова частина контрольного завдання повинна бути виконана чітко, грамотно, з наведенням всіх виконаних розрахунків.

Як допоміжний матеріал при виконанні індивідуального завдання використовуйте підручники, навчальні посібники, методичні вказівки до лабораторного практикуму та дані методичні вказівки.

Робота над індивідуальним завданням повинна бути виконана самостійно, грамотно, акуратно й у повному обсязі. Загальний обсяг звіту про виконане завдання не повинен перевищувати 5 – 10 аркушів тексту (друкованого – формат А 4, шрифт Times New Roman, кегль 12, міжрядковий інтервал 1.3, відступ зліва, зверху і знизу сторінки – 20 мм, ширина правого поля – 10 мм) або рукописного.

У разі повернення роботи на доопрацювання студент зобов'язаний розібрати і виправити зауваження викладача (в друкованому звіті або в зошиті) та зберігати при цьому всі раніше зроблені помилкові записи в звіті.

Звіти за індивідуальними завданнями повинні бути представлені в Академію за місяць до початку поточної сесії, перевірені викладачем й проведена студентами робота над зауваженнями й помилками. Правильно виконане індивідуальне завдання зараховується після співбесіди студента з викладачем. Студент допускається до складання контрольного заходу з дисципліни (заліку або екзамену) у разі зарахування звіту за індивідуальним завданням, виконання лабораторних занять і розрахунків за їх тематикою, їх захисту.

Таблиця 3.1

Варіанти індивідуальних завдань та питань з них

Варіанти	Номери питань за темами			
	1	2	3	4
1	2	3	4	5
1	1	1, 21, 41, 61	1, 21	1, 29
2	2	2, 22, 42, 62	2, 22	2, 30

Продовження таблиці 3.1

1	2	3	4	5
3	3	3, 23, 43, 63	3, 23	3, 31
4	4	4, 24, 44, 64	4, 24	4, 32
5	5	5, 25, 45, 65	5, 25	5, 33
6	6	6, 26, 46, 66	6, 26	6, 34
7	7	7, 27, 47, 67	7, 27	7, 35
8	8	8, 28, 48, 68	8, 28	8, 36
9	9	9, 29, 49, 69	9, 29	9, 37
10	10	10, 30, 50, 70	10, 30	10, 38
11	11	11, 31, 51, 71	11, 31	11, 39
12	12	12, 32, 52, 72	12, 32	12, 40
13	13	13, 33, 53, 73	13, 33	13, 41
14	14	14, 34, 54, 74	14, 34	14, 42
15	15	15, 35, 55, 75	15, 35	15, 43
16	16	16, 36, 56, 76	16, 36	16, 44
17	17	17, 37, 57, 77	17, 37	17, 45
18	18	18, 38, 58, 78	18, 38	18, 46
19	19	19, 39, 59, 79	19, 39	19, 47
20	20	20, 40, 60, 80	20, 40	20, 48
21	21	81, 95, 25, 38	7, 41	21, 49
22	22	82, 96, 26, 39	9, 42	22, 50
23	23	83, 97, 27, 40	12, 43	23, 51
24	24	84, 98, 28, 41	10, 44	24, 52
25	25	85, 99, 29, 42	8, 45	25, 53
26	26	86, 100, 30, 43	5, 46	26, 54
27	5	87, 101, 31, 44	13, 47	27, 55
28	7	88, 102, 32, 45	4, 48	28, 56
29	8	89, 103, 33, 46	18, 49	15, 57
30	9	90, 104, 34, 47	13, 50	18, 44
31	12	91, 22, 35, 48	11, 27	24, 37
32	4	92, 23, 36, 66	1, 29	12, 45
33	10	93, 24, 37, 67	6, 30	24, 46

### 3.3. ТЕМАТИЧНА ЧАСТИНА (ПИТАННЯ)

#### Тема 1. Вступ. Загальні відомості про моделювання. Фізичне та математичне моделювання технічних систем

1. Що називають моделлю та моделюванням у розв'язуванні пізнавальних задач і задач оптимізації?
2. Що розуміють під моделюванням технічних систем?
3. Наведіть класифікацію моделей.
4. Які головні особливості моделей, синтезованих у науковому пізнанні?
5. Охарактеризуйте основні принципи кібернетики.
6. Яка роль моделювання у розв'язуванні задач оптимального керування?
7. Що таке математична модель технічної системи?
8. Назвіть основні види інформації, необхідної для синтезу математичних моделей технічних систем.
9. Охарактеризуйте цикл виконання процесів оптимального керування і роль експерименту в ньому.
10. Охарактеризуйте основні ознаки об'єктів оптимального керування.
11. Що розуміють під поняттям подібність систем?
12. Назвіть види подібностей систем.
13. Охарактеризуйте фізичну подібність систем.
14. У чому полягають принципи аналогії у моделюванні?
15. Що називають математичним моделюванням, і коли його застосовують?
16. Назвіть основні складові частини математичної моделі.
17. Охарактеризуйте основні етапи математичного моделювання.
18. Назвіть види математичних моделей процесів.
19. Наведіть класифікацію математичних моделей.
20. Охарактеризуйте статичну модель.
21. Що характеризує динамічна модель?
22. У яких випадках у моделюванні застосовують принцип «чорної скриньки»?
23. У чому полягає принцип «чорної скриньки»?
24. Які завдання вирішуються на етапі структурної ідентифікації під час синтезу математичних моделей об'єктів оптимального керування?
25. Які завдання вирішуються на етапі параметричної ідентифікації під час синтезу математичних моделей об'єктів оптимального керування?

26. Охарактеризуйте класифікаційні ознаки методів ідентифікації параметрів математичних моделей об'єктів оптимального керування.

## **Тема 2. Основні принципи організації та первинного опрацювання даних експерименту**

1. Що таке експеримент?
2. Що таке дослід?
3. Що таке фактори (входи системи)?
4. Що розуміють під рівнями факторів?
5. Що таке виходи системи?
6. У чому полягає стратегія пасивного експерименту?
7. У чому полягає стратегія активного експерименту?
8. У чому полягає різниця між одно- і багатофакторним експериментами?
9. Що розуміють під ефективністю експерименту?
10. Що таке вимірювання?
11. Які похибки вимірювань належать до грубих (промахів)?
12. Які похибки вимірювань належать до систематичних?
13. Які похибки вимірювань є випадковими?
14. Що розуміють під первинним опрацюванням експериментальних даних?
15. Назвіть процедури первинного опрацювання експериментальних даних.
16. Які події є достовірними?
17. Які події є неможливими?
18. Які події є випадковими?
19. Предмет теорії ймовірностей.
20. Дайте визначення ймовірності події.
21. Що таке частота та відносна частота події.
22. Що називають випадковою величиною?
23. Що називають випадковою дискретною величиною?
24. Що називають неперервною випадковою величиною?
25. В чому полягає закон розподілу випадкової дискретної величини?
26. Яким чином визначають математичне сподівання випадкової дискретної величини?
27. Яку числову характеристику випадкової величини називають дисперсією?
28. Дайте визначення відхилення випадкової величини.

29. Дайте визначення середньоквадратичного відхилення випадкової величини.
30. Дайте визначення початкового моменту випадкової величини.
31. Дайте визначення центрального моменту випадкової величини.
32. Дайте визначення інтегральної функції розподілу неперервної випадкової величини.
33. Як визначають математичне сподівання неперервної випадкової величини?
34. Як визначають дисперсію неперервної випадкової величини?
35. Як визначають середньоквадратичне відхилення неперервної випадкової величини?
36. Який розподіл ймовірностей випадкової величини називають нормальним?
37. У чому полягає правило трьох сигм?
38. Дайте визначення асиметрії.
39. Дайте визначення ексцесу.
40. Що таке кореляційний момент двох випадкових величин?
41. Що таке коефіцієнт кореляції двох випадкових величин?
42. У чому полягають завдання математичної статистики?
43. Що розуміють під генеральною сукупністю?
44. Що розуміють під вибірковою сукупністю (вибіркою)?
45. Що розуміють під об'ємом сукупності?
46. Що розуміють під статистичним розподілом вибірки?
47. Дайте визначення емпіричної функції розподілу.
48. Дайте визначення теоретичної функції розподілу.
49. Дайте визначення поняття «полігон».
50. Дайте визначення поняття «гістограма».
51. Назвіть найважливіші статистичні оцінки параметрів розподілу.
52. Дайте визначення поняття «незміщена статистична оцінка».
53. Дайте визначення поняття «ефективність статистичної оцінки».
54. Яку статистичну оцінку називають зміщеною?
55. Яку статистичну оцінку називають ефективною?
56. Яку статистичну оцінку називають спроможною?
57. Дайте визначення генерального середнього.
58. Дайте визначення вибіркового середнього.
59. Дайте визначення групового середнього.
60. Дайте визначення загального середнього.
61. Що називають вибірковою дисперсією?

62. Що називають вибіркоvim середньоквадратичним відхиленням (стандартом)?
63. Дайте визначення «виправленої дисперсії» та «виправленого середньоквадратичного відхилення».
64. Дайте визначення поняття «точкової оцінки» та «інтервальної оцінки».
65. Що розуміють під надійністю (довірчою ймовірністю) оцінки?
66. Що розуміють під довірчим інтервалом?
67. Що розуміють під числом степенів свободи?
68. Що розуміють під модою варіаційного ряду?
69. Що розуміють під медіаною варіаційного ряду?
70. Що розуміють під розмахом варіації?
71. Як визначають середнє абсолютне відхилення?
72. Як визначають виправлене середнє абсолютне відхилення?
73. Що таке коефіцієнт варіації?
74. Дайте визначення «звичайного емпіричного моменту», «початкового емпіричного моменту», «центрального емпіричного моменту».
75. Як обчислюють коефіцієнти асиметрії та ексцесу, їх середньоквадратичні відхилення?
76. У чому полягає метод виявлення промахів вимірювань за максимальним відносним відхиленням?
77. У чому полягають статистичні гіпотези – нульова та альтернативна?
78. Що розуміють під рівнями значущості?
79. У чому полягає сутність похибок першого та другого роду в перевірці статистичних гіпотез?
80. Як перевірити гіпотезу про нормальний розподіл випадкових похибок вимірювань?
81. Що називають моделлю та моделюванням у розв'язуванні пізнавальних задач і задач оптимізації?
82. Що розуміють під моделюванням технічних систем?
83. Наведіть класифікацію моделей. Які головні особливості моделей, синтезованих у науковому пізнанні?
84. Яка роль моделювання у розв'язуванні задач оптимального керування?
85. Що таке математична модель технічної системи?
86. Назвіть основні види інформації, необхідної для синтезу математичних моделей технічних систем.

87. Охарактеризуйте цикл виконання процесів оптимального керування і роль експерименту в ньому.
88. Охарактеризуйте основні ознаки об'єктів оптимального керування.
89. Що розуміють під формалізацією задач оптимізації?
90. Назвіть етапи формалізації задач оптимізації.
91. Назвіть складові частини формулювання задач оптимізації при їхній формалізації.
92. Що є критерієм оптимізації?
93. Назвіть основні вимоги до критерію оптимізації.
94. Що розуміють під обмеженнями? Наведіть приклади обмежень та їхніх причин.
95. Що розуміють під оптимізуючими факторами?
96. Що таке цільова функція?
97. Які задачі оптимізації є однокритеріальними, а які – багатокритеріальними?
98. Які задачі оптимізації є безумовними, а які – умовними?
99. Які задачі оптимізації є локальними, а які – глобальними?
100. Які задачі оптимізації є багатопараметричним, а які – однопараметричними?
101. Наведіть приклади класифікацій задач оптимізації.
102. У чому полягає принцип аналітичного пошуку оптимуму?
103. До яких задач оптимізації застосовні методи аналітичного пошуку?
104. Коли застосовують числові методи пошуку оптимуму?

### **Тема 3. Основні принципи побудови регресійних моделей за даними експерименту**

1. Яку залежність змінних називають функціональною?
2. Яку залежність змінних називають статистичною?
3. Яку статистичну залежність змінних називають кореляційною?
4. Що таке умовне середнє за результатами вимірювань?
5. Що називають лінією регресії  $Y$  на  $X$ ?
6. Назвіть основні припущення, на яких ґрунтується кореляційно-регресійний аналіз експериментальних даних.
7. Які форми кореляційного зв'язку змінних Ви знаєте?

8. Як оцінюється щільність лінійного кореляційного взаємозв'язку змінних  $Y$  і  $X$ ?
9. Як обчислюють середнє арифметичне значення результатів вимірювання досліджуваного параметра?
10. Як обчислюють стандартне відхилення результатів вимірювання досліджуваного параметра?
11. Які величини називають вибірковими?
12. Що характеризує вибірковий коефіцієнт регресії?
13. У чому полягає метод найменших квадратів?
14. Як обчислюють значення коефіцієнтів рівняння регресії?
15. Як оцінюють статистичну значущість коефіцієнтів регресії?
16. Як обчислюють величину t-критерію Стьюдента?
17. Як обчислюють стандартну похибку коефіцієнта регресії?
18. За якої умови коефіцієнт регресії визнають статистично значущим?
19. Як обчислюють величину критерію Кохрена, для чого його застосовують в математичній статистиці?
20. За якої умови експеримент визнають відтворюваним?
21. Як оцінити похибку дослідів відтворюваного експерименту?
22. Що є критерієм щільності лінійного кореляційного зв'язку?
23. Як обчислюють величину коефіцієнта парної кореляції змінних?
24. Коли кореляція змінних називається додатною, коли – від'ємною?
25. Назвіть основні властивості вибіркового коефіцієнта кореляції.
26. У чому сутність вибіркового коефіцієнта кореляції?
27. Як оцінюється статистична значущість вибіркового коефіцієнта кореляції?
28. Як обчислюють стандартну похибку оцінених за лінійним рівнянням регресії значень залежної змінної  $Y$ ?
29. Які параметри оцінки точності передбачення значень залежної змінної Ви знаєте?
30. Що характеризує коефіцієнт детермінації?
31. У чому сутність методу дисперсного аналізу?
32. Як обчислюють величину критерію Фішера, для чого його застосовують в математичній статистиці?
33. Яким способом перевіряють адекватність рівняння парної лінійної регресії експериментальним даним?



34. Як обчислюють стандартну похибку передбачень значень залежної змінної за регресійною моделлю?
35. Як визначають середню відносну похибку апроксимації досліджуваної залежності  $Y = F(X)$  за регресійною моделлю?
36. Що показує стандартна похибка оцінки  $S_{yx}$ ?
37. Що показує коефіцієнт детермінації?
38. Що показує коефіцієнт регресії?
39. Як визначають параметри лінійного рівняння регресії  $Y$  при  $k$  незалежних змінних?
40. Які форми кореляційного зв'язку змінних Ви знаєте?
41. Як обчислюється коефіцієнт множинної кореляції  $R$ ?
42. Що показує коефіцієнт множинної кореляції  $R$ ?
43. Як перевіряють значущість коефіцієнта множинної кореляції  $R$ ?
44. Що показують частинні коефіцієнти кореляції?
45. Як обчислюються частинні коефіцієнти кореляції?
46. Який параметр характеризує щільність криволінійної кореляції змінних?
47. Що показує кореляційне відношення?
48. Як визначають величину кореляційного відношення?
49. З якою метою виконують лінеаризуючі перетворення у разі нелінійної регресії змінних?
50. Що є критерієм оптимальності вибору виду функціональної залежності для апроксимації експериментально досліджуваного нелінійного кореляційного взаємозв'язку змінних?

#### **Тема 4. Організація активного експерименту**

1. Що розуміють під активним експериментом?
2. Як називають вихідні змінні об'єкта активного експериментування?
3. Які умови ставляться до об'єкта, на якому здійснюють активний експеримент?
4. Що називають областю визначення факторів?
5. Які вимоги ставляться до факторів?
6. Які вимоги ставляться до вихідного параметра об'єкта, коли він є параметром оптимізації системи?
7. Що називають факторним простором?

8. Що розуміють під плануванням експерименту?
9. Що розуміють під рівнем фактора?
10. Які критерії оптимальності планів Ви знаєте?
11. Який експеримент називають повним факторним?
12. Як розраховують кількість дослідів у плануванні повного факторного експерименту?
13. Назвіть основні етапи опрацювання експериментальних даних запланованого активного експерименту?
14. Як виконують перехід від дійсних значень факторів до кодованих?
15. Що показує план-матриця експерименту?
16. Наведіть загальний вид рівняння лінійної регресії.
17. Наведіть загальний вид поліномної моделі у випадку нелінійної регресії.
18. Складіть план-матрицю ПФЕ для 3-х факторів.
19. Які властивості притаманні планам ПФЕ і ДФЕ?
20. У яких випадках застосовують дробовий факторний експеримент?
21. Як обчислюють кількість дослідів для дробового факторного експерименту?
22. Що показує генеруюче співвідношення?
23. Що називають визначальним контрастом?
24. Які репліки ДФЕ називаються головними?
25. У чому полягає властивість симетричності планів експерименту?
26. У чому полягає властивість ортогональності планів експерименту?
27. Що показує нормування плану експерименту?
28. Як виконують рандомізацію дослідів?
29. Як обчислюють дисперсію дослідів?
30. Як обчислюють середнє арифметичне значення параметра за даними експерименту?
31. Як перевіряють гіпотезу однорідності дисперсій при рівномірному дублюванні дослідів активного експерименту?
32. Як визначають величину дисперсії дослідів, якщо паралельні вимірювання виконуються лише в одному досліді плану експерименту?
33. Як оцінюють коефіцієнти регресії за даними ПФЕ і ДФЕ?
34. Як перевіряють значущість коефіцієнтів регресії?
35. Як обчислюють дисперсію коефіцієнтів регресії?
36. Як обчислюють середньоквадратичне відхилення коефіцієнтів регресії?

37. Наведіть умову, за якої коефіцієнт регресії визнається статистично значущим при вибраному рівні значущості.
38. Що робити, якщо коефіцієнт регресії виявиться статистично незначущим?
39. Чому коефіцієнти регресії можуть бути статистично незначущими?
40. Як перевіряють адекватність регресійної моделі?
41. Як визначають дисперсію адекватності моделі у разі рівномірного числа паралельних вимірювань у всіх дослідах плану експерименту?
42. Як визначають дисперсію адекватності моделі при нерівномірному дублюванні дослідів за планом експерименту?
43. Як визначають дисперсію адекватності, якщо дублюються вимірювання тільки в одному досліді за планом експерименту?
44. Які рішення приймають за результатами факторного експериментування?
45. Запишіть рівняння регресії другого порядку в загальному вигляді.
46. Як визначається загальне число дослідів для центральних композиційних планів другого порядку?
47. Які плани другого порядку Ви знаєте?
48. Чому ЦКОП і ЦКРП називають композиційними планами експерименту?
49. Як вибирають величину плеча зіркових точок і число дослідів у центрі для композиційних планів другого порядку?
50. У чому полягає властивість ортогональності плану експерименту?
51. Що характеризує властивість уніформності плану експерименту?
52. Складіть матрицю ЦКРП за 3-ма факторами.
53. Складіть матрицю ЦКОП за 3-ма факторами.
54. Складіть матрицю плану Песочинського за 3-ма факторами.
55. Які властивості мають некомпозиційні квазі-D-оптимальні плани Песочинського?
56. Яке рішення приймають, якщо нелінійна модель об'єкта дослідження не адекватна експериментальним даним?
57. Яке рішення приймають, якщо нелінійна модель об'єкта дослідження адекватна експериментальним даним?

### 3.4 РОЗРАХУНКОВА ЧАСТИНА «СИНТЕЗ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЙНОЇ МОДЕЛІ»

Дослідження залежності густини пресовок із порошку різноманітного складу  $\gamma$  від тиску пресування  $P$ . У таблиці 3.2 наведено математичні сподівання густини пресовок ( $г/см^3$ ) за різних тисків пресування – від 100 до 700 МПа.

Вихідні дані для обчислення коефіцієнтів рівняння регресії наведено в табл. 3.2.

Таблиця 3.2

Вихідні дані

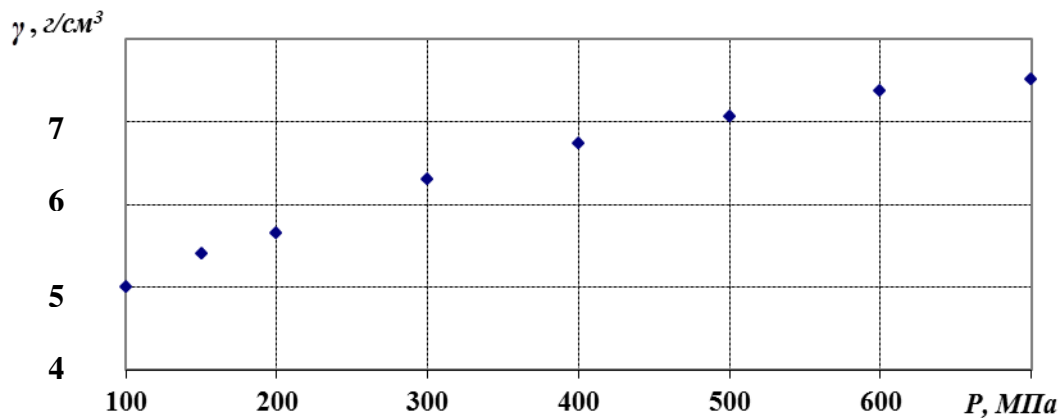
Варіант	Порошок	Густина ( $\gamma$ , $г/см^3$ ) при тиску пресування, МПа								
		100	150	200	300	400	500	600	700	800
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	Алюміній	2,32	2,52	2,57	2,62	2,63	2,63	2,63	2,64	2,64
2	Бор	0,97	1,04	1,10	1,16	1,18	1,25	1,26	1,27	1,28
3	Ванадій	3,54	4,04	4,30	4,59	5,02	5,15	5,25	5,36	-
4	Вольфрам	9,48	9,78	10,1	11,0	11,7	12,0	12,4	-	-
5	Гадоліній	4,92	5,24	5,57	5,95	6,12	6,55	6,82	6,87	7,11
6	Гафній	6,44	6,53	6,98	7,30	7,71	7,98	8,29	8,34	8,65
7	Германій	3,26	3,43	3,57	3,79	3,96	4,05	4,11	4,18	4,22
8	Залізо	4,02	4,27	4,66	5,28	5,59	5,94	6,20	6,37	6,44
9	Іридій	9,82	10,6	11,0	12,3	12,7	13,2	13,6	13,8	14,1
10	Кремній	1,32	1,41	1,44	1,53	1,63	1,67	1,73	1,75	1,81
11	Латунь	-	4,90	5,08	5,48	5,82	6,16	6,37	6,61	-
12	Мідь	5,00	5,40	5,65	6,30	6,74	7,06	7,38	7,53	-
13	Магній	1,52	1,62	1,63	1,67	1,68	1,68	1,68	1,69	-
14	Молібден	5,32	5,76	6,06	6,38	6,77	7,10	7,38	7,49	7,66
15	Нікель	4,76	5,15	5,41	5,70	6,05	6,31	6,54	6,64	6,88
16	Ніобій	4,73	4,89	5,20	5,61	5,75	6,06	6,27	6,47	6,60
17	Олово	6,86	7,01	7,07	7,08	7,09	7,10	7,10	7,11	7,12
18	Осмій	8,57	9,11	9,50	10,3	10,8	11,3	11,6	11,8	12,2
19	Паладій	9,11	9,67	10,6	10,5	10,7	11,0	11,1	11,3	11,4
20	Реній	10,7	10,9	11,1	12,1	12,8	13,2	13,8	-	-

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
21	Родій	6,53	6,63	7,17	7,52	7,38	8,19	8,40	8,54	8,63
22	Рутеній	4,69	4,82	5,21	5,62	6,05	6,38	6,53	6,76	6,83
23	Тантал	8,50	9,30	9,92	10,3	10,6	11,2	11,5	11,8	12,0
24	Титан	2,48	2,81	3,16	3,48	3,52	3,61	3,75	3,90	3,93
25	Хром	3,96	4,27	4,60	5,06	5,24	5,46	5,79	5,89	6,06

### 3.5. ПРИКЛАД СИНТЕЗУ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЙНОЇ МОДЕЛІ

Розглянемо приклад синтезу лінійної регресійної моделі за даними експериментального дослідження залежності густини пресовок із порошку міді  $\gamma$  від тиску пресування  $P$ . У таблиці 3.2 наведено математичні сподівання густини пресовок за різних тисків пресування – від 100 до 700 МПа. Графічне зображення експериментальних даних наведено на рисунку 3.1, дає змогу передбачити наявність лінійної кореляційної залежності  $\gamma$  ( $\text{г/см}^3$ ) від  $P$  (МПа).

Вихідні дані для обчислення коефіцієнтів рівняння регресії і допоміжні розрахунки наведено в таблиці 3.3 і графічно зображено на рисунку 3.1.



**Рисунок 3.1** – Вихідні дані залежності густини пресовок  $\gamma$  від тиску пресування  $P$

Таблиця 3.3

## Вихідні дані та допоміжні розрахунки

№ дослід	Тиск $P$ , МПа		Густина $\gamma$ , г/см <sup>3</sup>		Допоміжні дані		
	$x_i$	$\bar{x}$	$y_i$	$\bar{y}$	$x_i y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$
1	100	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = 368,75$	5,00	$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = 6,38125$	500	10000	25,0000
2	150		5,40		810	22500	29,1600
3	200		5,65		1130	40000	31,9225
4	300		6,30		1890	90000	39,6900
5	400		6,74		2696	160000	45,4276
6	500		7,06		3530	250000	49,8436
7	600		7,38		4428	360000	54,4644
8	700		7,52		5264	490000	56,5504
$n = 8$	$\sum x_i = 2950$		$\sum y_i = 51,05$		$\sum x_i y_i = 20248$	$\sum x_i^2 = 1422500$	$\sum y_i^2 = 332,0585$

Виконуємо обчислення коефіцієнтів рівняння регресії за формулами (3.1) та (3.2):

$$b_0 = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (3.1)$$

$$b_0 = \frac{1422500 \cdot 51,05 - 2950 \cdot 20248}{8 \cdot 1422500 - 2950^2} = 4,8131 ;$$

$$b_1 = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (3.2)$$

$$b_1 = \frac{8 \cdot 20248 - 2950 \cdot 51,05}{8 \cdot 1422500 - 2950^2} = 0,004253.$$

Щоб перевірити гіпотезу про статистичну значущість коефіцієнтів рівняння регресії, виконуємо обчислення значень критерію  $t_{\text{розрах.}}$  за формулою (3.4), заздалегідь визначивши величину стандартної похибки коефіцієнтів рівняння регресії за формулою (3.3).

$$S_{b_i} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-2) \sum x_i^2}}. \quad (3.3)$$

$$t_{\text{розрах.} b_i} = \frac{|b_i|}{S_{b_i}} \quad (3.4)$$

$$S_{b_i} = \sqrt{\frac{0,248}{(8-2) \cdot 1422500}} = 0,000169;$$

$$t_{\text{розрах.}b_0} = \frac{4,8131}{0,000169} = 28479,88;$$

$$t_{\text{розрах.}b_1} = \frac{0,004253}{0,000169} = 25,16568.$$

Розрахункові значення коефіцієнтів  $t_{\text{розрах.}b_0}$  і  $t_{\text{розрах.}b_1}$  перевищують табличне, що дорівнює 2,45 при рівні значущості  $\alpha = 0,05$  та числі степенів свободи  $f = n - 2 = 6$ . Отже, коефіцієнти рівняння регресії  $b_0$  і  $b_1$  статистично значущі.

Можна записати лінійне рівняння регресії:

$$\gamma = 4,8131 + 0,004253 * P, \text{ г/см}^3.$$

На рисунку 3.2 графічно зображено результати вимірювань густини пресовок (їх математичні сподівання) при різних тисках пресування і нанесено лінію регресії  $\gamma$  на  $P$  відповідно до виконаних обчислень параметрів її рівняння.

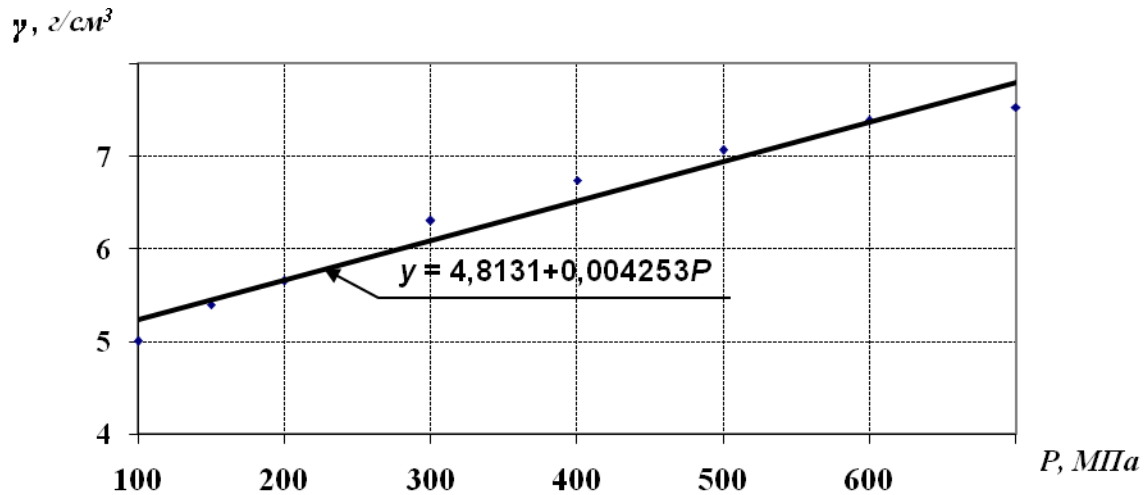
Визначаємо величину коефіцієнта парної кореляції за формулою (3.5).

$$r_{yx} = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{[n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2][n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}} \quad (3.5)$$

$$r_{yx} = \frac{8 \cdot 20248 - 2950 \cdot 51,05}{\sqrt{(8 \cdot 1422500 - 2950^2)(8 \cdot 332,0585 - 51,05^2)}} = 0,98.$$

Оскільки коефіцієнт  $r_{yx}$  близький до одиниці, можна, навіть не виконуючи перевірки його статистичної значущості, зробити висновок про наявність щільного лінійного кореляційного зв'язку параметрів  $\gamma$  і  $P$ .





**Рисунок 3.2** – Залежність густини пресовок  $\gamma$  від тиску пресування  $P$

Для перевірки гіпотези про адекватність одержаного рівняння регресії експериментальним даним виконуємо обчислення величини критерію Фішера  $F_{\text{розрах.}}$ , використовуючи допоміжні дані, наведені в таблиці 3.3.

**Таблиця 3.3**

**Дані допоміжних розрахунків для обчислення  $F_{\text{розрах.}}$**

$x_i$	$y_i$	$\bar{y}$	$\hat{y}_i$	$(y_i - \hat{y}_i)^2$	$(\hat{y}_i - \bar{y})^2$
100	5,00	6,38125	5,2384	0,05684	1,30611
150	5,40		5,4511	0,00261	0,86527
200	5,65		5,6637	0,00019	0,51488
300	6,30		6,0890	0,04452	0,08541
400	6,74		6,5143	0,05094	0,01770
500	7,06		6,9396	0,01449	0,31175
600	7,38		7,3649	0,00023	0,96757
700	7,52		7,7902	0,07301	1,98514
				$\Sigma(y_i - \hat{y}_i)^2 =$ $= 0,24822$	$\Sigma(\hat{y}_i - \bar{y})^2 =$ $= 6,05383$

Обчислюємо величину  $F$  – критерію за формулою (3.6).

$$F_{\text{розрах.}} = \frac{S_{\text{ад.}}^2}{S_{\text{залиш.}}^2} = \frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2 / (k + 1)}{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 / (n - k - 1)}, \quad (3.6)$$

де  $(k + 1) = f_1$  – число степенів свободи дисперсії адекватності;  
 $(n - k - 1) = f_2$  – число степенів свободи залишкової дисперсії;  
 $k$  – кількість значущих коефіцієнтів регресії.

$$F_{\text{розрах.}} = \frac{0,24822 / (1 + 1)}{6,05383 / (8 - 1 - 1)} = 0,1225.$$

При  $\alpha = 0,05$ ;  $f_1 = k + 1 = 2$ ;  $f_2 = n - k - 1 = 8 - 1 - 1 = 6$ ;

$$F_{\text{табл. } \alpha, f_1, f_2} = 5,14.$$

Оскільки  $F_{\text{розрах.}} < F_{\text{табл. } \alpha, f_1, f_2}$ , робимо висновок, що рівняння регресії адекватне експериментальним даним і може бути математичною моделлю досліджуваної залежності густини пресовок з порошку міді від тиску пресування. Використовуючи цю модель, можна передбачити значення густини пресовок міді у разі зміни тиску пресування у досліджених межах, тобто від **100** до **700 МПа**.

Стандартна похибка передбачення значень густини пресовок за регресійною моделлю згідно з формулою (3.7) становитиме:

$$S_{\text{анр.}} = \sqrt{\frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{n - 2}} \quad (3.7)$$

$$S_{\text{залиш.}} = \sqrt{\frac{6,05383}{8 - 2}} = 1,0044, \text{ г/см}^3.$$

Середня відносна похибка передбачення значень густини пресовок за регресійною моделлю згідно з формулою (3.8) становитиме:

$$\varepsilon = \frac{S_{\text{анр.}}}{\bar{y}} = \frac{\sqrt{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 / (n - 2)}}{\sum y_i / n} \cdot 100, \% \quad (3.8)$$

$$\varepsilon = \frac{1,0044}{6,38125} \cdot 100 = 15,7\% .$$

Коефіцієнт детермінації згідно з формулою (3.9) становить:

$$d_{yx} = r^2 \cdot 100\% \quad (3.9)$$

$$d_{yx} = 0,98^2 \cdot 100 \%, \text{ тобто } 96\%.$$

Можна зробити висновок, що спостережувані експериментально зміни густини пресовок на 96% були зумовлені відповідними змінами тиску пресування.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Критические значения $t$ -критерия Стьюдента

Число степеней свободы	Уровень значимости $\alpha$		
	0,1	0,05	0,01
1	6,31	12,7	63,66
2	2,92	4,30	9,93
3	2,35	3,18	5,84
4	2,13	2,78	4,60
5	2,02	2,57	4,03
6	1,94	2,45	3,71
7	1,90	2,37	3,50
8	1,86	2,31	3,36
9	1,83	2,26	3,25
10	1,81	2,23	3,17
11	1,80	2,20	3,11
12	1,78	2,18	3,06
13	1,77	2,16	3,01
14	1,76	2,15	2,98
15	1,75	2,13	2,95
16	1,75	2,12	2,92
17	1,74	2,11	2,90
18	1,73	2,1	2,88
19	1,73	2,09	2,86
20	1,73	2,08	2,85
21	1,72	2,08	2,83
22	1,72	2,07	2,82
23	1,71	2,07	2,81
24	1,71	2,06	2,80
25	1,71	2,06	2,79
26	1,71	2,06	2,78
27	1,70	2,05	2,77
28	1,70	2,05	2,76
29	1,70	2,05	2,76
30	1,70	2,04	2,75
$\infty$	1,64	1,96	2,58

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Значения *F*-критерия Фишера с уровнем значимости  $\alpha = 0,05$

Число степеней свободы в знаменателе	Число степеней свободы в числителе									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242
2	18,50	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39
3	10,10	9,55	9,28	9,30	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,87
4	7,71	6,59	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,98	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,5	3,44	3,39	3,34
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,9	2,79	2,7	2,64	2,59	2,55
20	4,35	3,49	3,1	2,87	2,71	2,6	2,52	2,45	2,40	2,35
30	4,16	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,34	2,37	2,21	2,16
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,02
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,10	2,08	1,97	1,92
$\infty$	6,64	4,60	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51	2,41	2,32

Число степеней свободы в знаменателе	Число степеней свободы в числителе									
	11	12	14	16	20	24	30	50	100	$\infty$
1	243	244	245	246	248	249	250	252	253	254
2	19,40	198	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,49	19,50
3	8,76	8,74	8,71	8,69	8,66	8,64	8,62	8,58	8,56	8,53
4	5,93	5,91	5,87	5,84	5,80	5,77	5,74	5,70	5,66	5,63
5	4,70	4,68	4,64	4,60	4,56	4,53	4,50	4,46	4,40	4,36
6	4,03	4,00	3,96	3,92	3,87	3,84	3,81	3,75	3,71	3,67
7	3,60	3,57	3,52	3,49	3,44	3,41	3,38	3,32	3,28	3,23
8	3,31	3,28	3,23	3,20	3,15	3,12	3,08	3,03	2,08	2,93
9	3,10	3,07	3,02	2,98	2,93	2,9	2,86	2,80	2,76	2,71
10	2,94	2,91	2,86	2,82	2,77	2,74	2,70	2,64	2,59	2,54
15	2,51	2,48	2,43	2,39	2,33	2,29	2,25	2,18	2,12	2,07
20	2,31	2,29	2,23	2,18	2,12	2,08	2,04	1,96	1,90	1,84
30	2,12	2,09	2,04	1,99	1,93	1,89	1,84	1,76	1,69	1,62
50	1,98	1,95	1,90	1,85	1,78	1,74	1,69	1,60	1,52	1,44
100	1,88	1,85	1,79	1,75	1,68	1,63	1,57	1,48	1,39	1,29
$\infty$	2,24	2,18	2,07	1,99	1,87	1,79	1,79	1,52	1,36	1,00

## ЛІТЕРАТУРА

1. Пінчук С.Й. Організація експерименту при моделюванні та оптимізації технічних систем. Видання друге, перероблене і доповнене. – Дніпропетровськ: Дніпро-VAL, 2009. – 289 с.
2. Пінчук С.Й., Рослик І.Г. Організація активного експерименту: Навч. посібник. – Дніпропетровськ. Системні технології, 2003. – 88 с.
3. Адлер Ю.П. Введение в планирование эксперимента. – М.: Металлургия, 1968. – 155 с.
4. Горский В.Г., Адлер Ю.П. Планирование промышленных экспериментов. – М.: Металлургия, 1974. – 264 с.
5. Зайдель А.Н. Ошибки измерения физических величин. – Л.: Наука, 1974. – 108 с.
6. М. Езекиэл и К.А. Фокс. Методы анализа корреляций и регрессий. Пер с англ. – М.: Статистика, 1966. – 259 с.
7. Налимов В.В., Чернова Н.А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. – М.: Наука, 1965. – 340 с.
8. Новик Ф.С., Арсов Я.Б. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов. – М.: Машиностроение. – София: Техника, 1980. – 304 с.
9. Румшицкий Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента. – М. Наука, 1971. – 192 с.